Das

MITTLERE AUGE

in seinen

physiologischen und pathologischen Beziehungen.

Von

Prof. v. Hasner.

PRAG 1879.

J. G. CALVE'SCHE K. K. HOF- UND UNIV.-BUCHHANDLUNG

OTTOMAR BEYER.

Das

MITTLERE AUGE

in seinen

physiologischen und pathologischen Beziehungen.

Von

Prof. v. Hasner.

PRAG 1879.

J. G. CALVE'SCHE K. K. HOF-  UND UNIV.-BUCHHANDLUNG

OTTOMAR BEYER.

Druck von Carl Bellmann in Prag.

VORWORT.

Ich gebe in diesen Zeilen Rechenschaft über meine Auffassung der practisch bedeutenderen Abschnitte aus der Lehre von der Dioptrik des Auges.

Der Kliniker befindet sich dieser Lehre gegenüber in einer eigenthümlichen Lage. Er hat die Aufgabe, schwierige mathematische Probleme möglichst elementar, bündig und verständlich zu behandeln. — Ich war immer der Meinung, dass es nicht räthlich sei, diesen Problemen ganz aus dem Wege zu gehen, oder sich auf eine constructive Darstellung derselben zu beschränken. Auch glaube ich, dass es nicht genüge, einige Formeln, von denen der Zuhörer nicht weiss, woher sie kommen, noch wohin sie zielen, ins Feld zu führen, da diess eher geeignet ist, abzuschrecken, als fördernd anzuregen. — Es ist freilich kaum ein Vierteljahrhundert her, dass man angefangen hat, die Ophthalmologie auch mathematisch zu behandeln, und das Ringen nach der besten Methode dieser Behandlung zu practischen Zwecken ist noch nicht abgeschlossen, ja man kann sagen, dass es kaum begonnen hat. Heute wird die mathematische Methode nur erst von einzelnen Klinikern gepflegt; manche derselben greifen zu hoch aus, und sind dadurch für Wenige verständlich. Die grosse Majorität vermeidet scheu lieber alles Rechnen, um nur nicht trocken und unverständlich zu werden.

*

Die Berechnung des Auges als Combination zweier optischer Systeme, einer Kugelfläche und einer Linse, und die Verwandlung derselben in eine sogenannte wandernde Kugelfläche, die Rechnung mit zwei Hauptpuncten und Knotenpuncten, ist umständlich und dem Anfänger schwer verständlich; und da die Prämissen in Betreff der Exponenten des Kammerwassers, Glaskörpers, der Linse, der Radien der Cornea und Linse, so wie der Abstände erheblich schwanken: so hat das sogenannte schematische Auge umsoweniger Anspruch auf practische Verwerthung, als es im Grunde ein stark reducirtes aphakisches Auge ist. Die Verwandlung der wandernden Trennungsfläche in eine fixe, nach dem Beispiele von Listing, genügt dem practischen Bedürfnisse auch nicht, weil hier Radius, Index und Dicke immer noch beträchtlich reducirt bleiben. — Nur durch Erhebung des Totalindex des Auges auf jenen des Glases ist es möglich, ein mittleres Auge aufzustellen, dessen Radius und Axenlänge sich den thatsächlichen Verhältnissen am meisten annähert, und eine fassliche elementare Darstellung der optischen Veränderungen gestattet.

Ich habe nun hier den Versuch gemacht, an dem mittleren Auge von $\frac{22,5}{15}$, sowol die physiologischen Gesetze der Emmetropie, als jene der Ametropie zu erörtern. Es wurde Alles elementar entwickelt, und an Beispielen ausgerechnet, so wie gezeigt, dass die Grundlehren der Dioptrik des Auges auf den einfachsten Lehrsätzen der Geometrie beruhen, und dass zum Verständniss derselben nicht mehr nöthig ist, als die Kenntniss rechtwinkliger Dreiecke, die Rechnung mit Brüchen und die aufmerksame Unterscheidung positiver und negativer Werthe. Im theoretischen Theile dürfte die Darstellung der vier Species der Brennweiten einigen Anspruch auf Beachtung haben. In Betreff der Ametropie glaubte ich die Index-, Krümmungs- und Axenfehler etwas schärfer als gewöhnlich auseinander halten

zu sollen. Manches über die Accommodation, Aphakie, das Brillenauge, Brillennumerirung, Astigmatismus, die ophthalmoskopische Untersuchung Gesagte habe ich bereits in verschiedenen publicistischen Organen erörtert. Hier erscheint jedoch Alles im Zusammenhange, und auf das mittlere Auge bezogen. — Die Vergrösserung im aufrechten Bilde wurde etwas ausführlicher abgehandelt, obgleich dieser Gegenstand mehr theoretische als practische Bedeutung hat. Da jedoch hierüber die Acten noch nicht völlig geschlossen sind, und die Sache denn doch in der That eine verschiedene Auffassung zulässt, so schien es mir räthlich, den Gang des Lichtes aus dem untersuchten Auge durch das Correctionsglas in das untersuchende Auge mit Umgehung der üblichen Verwandlung der Systeme an einer Reihe von Beispielen zu berechnen, indem ich glaube, dass die Verfolgung des Ganges der Lichtstralen durch die drei einzelnen Systeme der kürzeste Weg ist, um hier zu verlässlichen Resultaten zu gelangen.

Ich habe es immer als die wesentlichste Aufgabe meines klinischen Berufes betrachtet, dahin zu streben, durch bündige, leichtfassliche Darstellung verwickelterer Probleme, der Oculistik Freunde zu gewinnen. Die vorliegende Arbeit ist aus gleichem Streben hervorgegangen, und in diesem Sinne möge sie dem freundlichen Urtheile der Fachgenossen empfohlen sein.

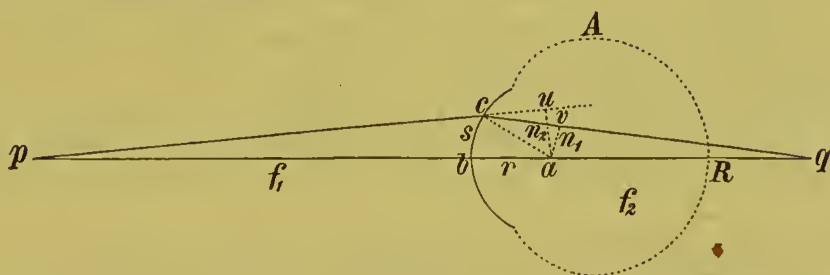
Prag, 14. März 1879.

INHALT.



I. Das Gesetz der Brechung des Lichtes an einer Kugelfläche als Grundgesetz der Brechung im menschlichen Auge.

Fig. 1.



Wenn (Fig. 1) ein Lichtstral *pc*, von *p* ausgehend, sehr nahe der Axe *pbq* einer Kugelfläche $bc = s$, deren Krümmungsradius $ab = ac = r$ ist, in *c* auf diese Kugelfläche fällt, und die beiden Mittel vor und hinter der Trennungsfläche *bc* haben verschiedenes Brechungsvermögen, so geht der Stral *pc* nicht geradlinig nach *u* fort, sondern wird nach *cq* abgelenkt, und schneidet die Axe in *q*. Es ist dann *q* das Bild des Objectpunctes *p*, und umgekehrt *p* das Bild von *q*.

Lassen wir nun aus dem Krümmungsmittelpuncte *a* auf die Linien *pu* und *cq* Senkrechte fallen, und bezeichnen *au* mit n_2 und *av* mit n_1, ferner die Strecke *cb* der Trennungsfläche mit *s*, die Entfernung des Punctes *p* von der Trennungsfläche, also die Objectferne *pb* mit f_1, und die Entfernung des Bildpunctes *q* von der Trennungsfläche, also der Bildweite *bq* mit f_2: so haben wir, da unter der Voraussetzung sehr kleiner Winkel

in b und q die Linien cb, au und av sämmtlich parallel sind, die ähnlichen Dreiecke pbc und pau ebenso wie qbc und qav, deren Seiten in folgendem Verhältnisse stehen:

$$\frac{s}{n_2} = \frac{f_1}{f_1 + r} \text{ und } \frac{s}{n_1} = \frac{f_2}{f_2 - r}$$

Es ist also $s = \frac{n_2 f_1}{f_1 + r}$ und ebenso $s = \frac{n_1 f_2}{f_2 - r}$ daher

$$\frac{n_2 f_1}{f_1 + r} = \frac{n_1 f_2}{f_2 - r}.$$

Diese Gleichung ist die Grundformel für die Brechung des Lichtes an einer Kugelfläche.

Wir können ihr offenbar durch Multiplication und Division mit verschiedenen Werthen auch verschiedene andere Formen geben, ohne ihren Werth zu ändern.

Soll in der Grundformel die Objectferne, Bildweite und der Radius nur einmal vorkommen, damit wir diese Werthe leichter berechnen können, so schaffen wir in $\frac{n_2 f_1}{f_1 + r} = \frac{n_1 f_2}{f_2 - r}$ vorerst durch Multiplication mit $f_1 + r$ und $f_2 - r$ die Nenner weg:

$$n_2 f_1 (f_2 - r) = n_1 f_2 (f_1 + r)$$

und nach Durchführung der Multiplication

$$n_2 f_1 f_2 - n_2 f_1 r = n_1 f_2 f_1 + n_1 f_2 r.$$

Werden nun alle Glieder dieser Gleichung mit $f_1 f_2 r$ dividirt, so beibt

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

In dieser eleganten Form wird die Grundformel auch am besten auf das Auge angewendet.

Wenn nemlich (Fig. 1) A das Auge ist, erfüllt blos von einem brechenden Mittel, dessen Brechungsvermögen $= n_2$, und der Krümmungsradius der Cornea $ab = ac = r$, so waltet lediglich der Unterschied vor, dass die nach q tendirenden Licht-

stralen nicht immer zur Durchkreuzung gelangen, sondern irgendwo in der Continuität des gebrochenen Kegels auf die in R befindliche Netzhaut fallen. Hiedurch wird jedoch an der Richtung der Lichtstralen Nichts geändert, und es müssen daher die Bedingungen obiger Gleichung fortbestehen.

Wir können für das Auge des Erwachsenen, dessen optische Axe zwischen 21 und 24 m/m schwankt, den Mittelwerth dieser Axe mit 22,5, den Radius der Cornea, welcher zwischen 7—8 m/m schwankt, mit 7,5 und den Totalindex $\frac{n_2}{n_1}$ mit $^3/_2$ annehmen. Es verwandelt sich also für das mittlere Auge die Gleichung

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r} \text{ in } \frac{2}{f_1} + \frac{3}{f_2} = \frac{1}{7{,}5}$$

Wir werden im Folgenden diese Gleichung zur Grundlage unserer Erörterungen wählen.

2. Entwickelung der Bildweite aus der Grundformel.

Wir finden in der Gleichung $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n}{r}$ die Bildweite f_2 (Fig. 1. $f_2 = bq$), wenn wir vorerst $\frac{n_1}{f_1}$ subtrahiren

$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r} - \frac{n_1}{f_1}$$

und die Subtraction der Brüche durchführen

$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{(n_2 - n_1)\, f_1 - n_1\, r}{r\, f_1}$$

Durch Division mit n_2 ergibt sich

$$\frac{1}{f_2} = \frac{(n_2 - n_1)\, f_1 - n_1\, r}{n_2\, r\, f_1}$$

und durch Umkehrung

$$f_2 = \frac{n_2\, r\, f_1}{(n_2 - n_1)\, f_1 - n_1\, r}$$

Wenn demnach im Auge der Krümmungsradius der Cornea $r = 7{,}5$, $\frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}$ ist, und die Objectferne $pb = 352{,}5$ beträgt, so ist die Bildweite:

$$f_2 = \frac{3 \times 7{,}5 \times 352{,}5}{(3 - 2)\ 352{,}5 - 2 \times 7{,}5} = \frac{7931{,}25}{337{,}5} = 23{,}5.$$

Da nun die optische Axe 22,5 m/m lang ist, so liegt das Bild q des Objectes p $23{,}5 - 22{,}5 = 1$ m/m hinter der Netzhaut.

3. Entwickelung der Objectferne aus der Grundformel.

Wir finden in der Grundformel $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$ die Objectferne f_1 (Fig. 1. $f_1 = pb$), wenn wir vorerst $\frac{n_2}{f_2}$ subtrahiren

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{r} - \frac{n_2}{f_2}$$

und die Subtraction durchführen

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{(n_2 - n_1)\ f_2 - n_2\ r}{r\ f_2}$$

Durch Division mit n_1 ergibt sich

$$\frac{1}{f_1} = \frac{(n_2 - n_1)\ f_2 - n_2\ r}{n_1\ r\ f_2}$$

und durch Umkehrung

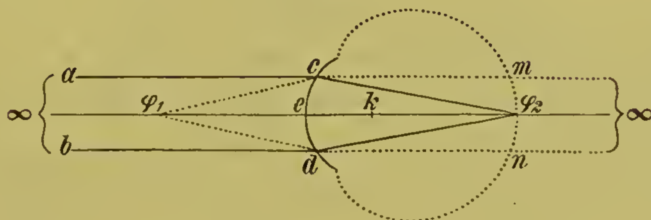
$$f_1 = \frac{n_1\ r\ f_2}{(n_2 - n_1)\ f_2 - n_2\ r}$$

Wenn demnach im Auge der Krümmungsradius $r = 7{,}5$ und der Index $\frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}$ ist, und die Bildweite wie oben $f_2 = 23{,}5$ beträgt, so berechnet sich die Objectferne

$$f_1 = \frac{2 \times 7{,}5 \times 23{,}5}{(3 - 2)\ 23{,}5 - (3 \times 7{,}5)} = \frac{352{,}5}{1} = 352{,}5.$$

4. Entwickelung der Brennweiten aus der Grundformel. — Das emmetropische Auge.

Fig. 2.



a) Hintere Brennweite. Wenn sich ein Objectpunct in so weiter Entfernung vom Auge befindet, dass dasselbe von parallelen Lichtstralen *ac* und *bd* getroffen wird, so dass man zu sagen pflegt, das Object befinde sich in unendlicher Entfernung $= \infty$, dann vereinigen sich die Lichtstralen nach der Brechung in dem Puncte φ_2, den man den hinteren Brennpunct, und die Entfernung desselben von der Hornhaut $e\varphi_2$ die hintere Brennweite nennt, welche mit F_2 bezeichnet wird.

Es ist nemlich in der Grundformel, wenn die Objectferne $f_1 = \infty$ wird

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

und da $\frac{n_1}{\infty} = 0$ ist, so entfällt dieses Glied aus der Gleichung, daher bleibt

$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

Dividiren wir nun diese Gleichung mit n_2, so ist

$$\frac{1}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_2\, r}$$

und durch Umkehrung

$$f_2 = F_2 = \frac{n_2\, r}{n_2 - n_1}$$

Für das Auge wird also, da $\frac{n_2}{n_1} = \frac{2}{3}$ und $r = 7{,}5$ ist, die hintere Brennweite

$$F_2 = \frac{3 \times 7{,}5}{3 - 2} = 22{,}5$$

Unsere Figur lehrt sofort, dass, wenn $F_2 = 22{,}5$ gleich der optischen Axe ist, das Bild φ_2 mit der Netzhaut zusammenfällt, und daher auch deutlich gesehen werden muss. Dieses Auge ist also im Stande, ohne jede Aenderung seines Refractionszustandes in die weite Ferne deutlich zu sehen; es ist für parallele Lichtstralen eingestellt, weil die Netzhaut im Brennpuncte seiner brechenden Medien liegt. Ein solches Auge pflegt man das emmetropische zu nennen.

b) Vordere Brennweite. Wenn die Bildweite $f_2 = \infty$ wird, also die Lichtstralen *cm* und *dn* (Fig. 2) im Auge parallel fortgehen, dann müssen sie von einem Objectpuncte φ_1 herkommen, welchen man den vorderen Brennpunct und seine Entfernung $\varphi_1\, c$ von der Cornea die vordere Brennweite F_1 nennt. Denn wenn in der Grundgleichung $f_2 = \infty$ wird, so ist

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

also entfällt $\frac{n_2}{\infty} = 0$ und es bleibt

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

Durch Division dieser Gleichung mit n_1 entsteht

$$\frac{1}{f_1} + \frac{n_2 - n_1}{n_1\, r}$$

und durch Umkehrung

$$f_1 = F_1 = \frac{n_1\, r}{n_2 - n_1}$$

Für das Auge, wo $\frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}$ und $r = 7{,}5$, ist also

$$F_1 = \frac{2 \times 7{,}5}{3 - 2} = 15$$

Die vordere Brennweite des Auges beträgt also 15, die hintere 22,5 $^{m}/_{m}$.

5. Brechkraft des Auges.

Wenn wir in die Grundgleichung für $\frac{n_2}{n_1}$ den Werth von $^3/_2$, für den Radius 7,5 und für f_2 den Werth der Axenlänge oder hintere Brennweite des emmetropischen Auges = 22,5 einführen, so ergibt sich

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{22{,}5} = \frac{1}{7{,}5}$$

Dividiren wir diese Gleichung durch 2, so ist

$$\frac{1}{f_1} + \frac{3}{45} = \frac{1}{15} \text{ also auch } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{15} = \frac{1}{15}$$

Diese Gleichung hat offenbar nur dann Giltigkeit, wenn wie bei ruhender Accommodation die Objectferne $f_1 = \infty$ ist, denn dann wird $^1/_{15} = {}^1/_{15}$.

Die Brechkraft des emmetropischen Auges ist also für die unendliche Objectferne = $^1/_{15}$ in Einheiten des Millimeters ausgedrückt, und dieser Werth ist gleich dem reciproken der vorderen Brennweite. Wir können daher sagen, dass der Brechwerth des Auges jenem einer Sammellinse von 15 $^{m}/_{m}$ Brennweite gleichkomme.

Auch in Donders reducirtem Auge, wo $\frac{n_2}{n} = {}^4/_3$ und $r = 5\ ^{m}/_{m}$, die hintere Brennweite = 20 ist, wird die Grundformel offenbar

$$\frac{3}{f_1} + \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \text{ daher auch } \frac{1}{f_1} + \frac{4}{60} = \frac{1}{15} \text{ oder}$$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{15} = \frac{1}{15}$$

Die Brechkraft dieses Auges ist daher gleichfalls $= \frac{1}{15}$

6. Berechnung des Krümmungsradius aus der Grundgleichung.

Wenn man in $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$ die Addition der Brüche durchführt

$$\frac{n_1 f_2 + n_2 f_1}{f_1 f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

und durch $n_2 - n_1$ dividirt

$$\frac{n_1 f_2 + n_2 f_1}{f_1 f_2 (n_2 - n_1)} = \frac{1}{r}$$

ergibt sich durch Umkehrung

$$r = \frac{f_1 f_2 (n_2 - n_1)}{n_1 f_2 + n_2 f_1}$$

Sei daher am Auge $\frac{n_2}{n_1} = 3/2$ und $f_1 = 352{,}5$, $f_2 = 23{,}5$ so ist

$$r = \frac{352{,}5 \times 23{,}5 \; (3-2)}{(23{,}5 \times 2) + (352{,}5 \times 3)} = \frac{8283{,}75}{1104{,}5} = 7{,}5.$$

7. Berechnung des Radius aus den Brennweiten.

a) aus der vorderen Brennweite. Wenn wir in der Gleichung für die vordere Brennweite $F_1 = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1}$ den Werth des Radius r suchen, so ist

$$r = \frac{F_1 (n_2 - n_1)}{n_1}$$

Daher für das Auge, wo $F_1 = 15$ und $\frac{n_2}{n_1} = 3/2$

$$r = \frac{15 \; (3 - 2)}{2} = 7{,}5.$$

b) aus der hinteren Brennweite. Sucht man den Krümmungsradius in der Gleichung für die hintere Brennweite

$$F_2 = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$$

so ist $r = \frac{F_2 (n_2 - n_1)}{n_2}$

Daher für das Auge, wo $F_2 = 22,5$ ist

$$r = \frac{22,5 (3 - 2)}{3} = 7,5$$

8. Die vier Species der Brennweiten, und zwar deren Summe, Differenz, Quotient und Product.

Summe der Brennweiten S, und deren Beziehung zum Radius, sowie zu den einzelnen Brennweiten.

Wenn man die Werthe der beiden Brennweiten summirt, und die Summe mit S bezeichnet, so ist

$$S = F_1 + F_2 = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1} + \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$$

und bei Durchführung der Addition der Brüche

$$S = \frac{n_1 r (n_2 - n_1) + n_2 r (n_2 - n_1)}{(n_2 - n_1)^2}$$

woraus folgt

$$S = \frac{n_1 r + n_2 r}{n_2 - n_1}$$

oder

$$S = \frac{r (n_1 + n_2)}{n_2 - n_1}$$

Suchen wir nun in dieser Gleichung den Radius, so ist

$$r = \frac{S (n_2 - n_1)}{n_1 + n_2}$$

Für das Auge, wo $F_1 = 15$ und $F_2 = 22,5$, ist $S = 37,5$, und $\frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}$ daher

$$r = \frac{37,5 (3 - 2)}{3 + 2} = 7,5.$$

Suchen wir jede einzelne Brennweite in deren Summe, so wissen wir, einer späteren Erörterung vorgreifend, dass sich

die Brennweiten zu einander verhalten, wie das Brechungsvermögen, also $\frac{F_2}{F_1} = {}^3/_2$. Es ist daher die vordere Brennweite

$$F_1 = \frac{S \, . \, n_1}{n_2 + n_1} = \frac{37{,}5 \times 2}{5} = 15$$

und die hintere $F_2 = \frac{S \, . \, n_2}{n_2 + n_1} = \frac{37{,}5 \times 3}{5} = 22{,}5$

9. Differenz der Brennweiten und ihre Beziehung zum Radius.

Subtrahiren wir die vordere Brennweite von der hinteren, so ist $F_2 - F_1 = \frac{n_2 \, r}{n_2 - n_1} - \frac{n_1 \, r}{n_2 - n_1}$

also $$F_2 - F_1 = \frac{r \, n_2 \, (n_2 - n_1) - r \, n_1 \, (n_2 - n_1)}{(n_2 - n_1)^2}$$

somit $$F_2 - F_1 = \frac{r \, (n_2 - n_1)}{n_2 - n_1} = r$$

Also ergibt sich der Werth des Krümmungsradius unmittelbar aus der Differenz der Brennweiten.

Am Auge ist daher

$$F_2 - F_1 = 22{,}5 - 15 = 7{,}5.$$

Daraus folgt auch

$$F_2 - r = F_1 \text{ und}$$
$$F_1 + r = F_2$$

d. h. die Differenz der hinteren Brennweite und des Radius ergibt die vordere Brennweite, und die Summe der vorderen Brennweite und des Radius ergibt die hintere Brennweite.

Es ist daher auch (Fig. 2) $\varphi_1 e + ek = F_2$ und $e\varphi_2 - ek = F_1$ woraus folgt: Der Abstand des Krümmungsmittelpunctes k vom hinteren Brennpunct φ_2 also $k\varphi_2$ ist gleich der vorderen Brennweite und der Abstand des Krümmungsmittelpunctes vom vorderen Brennpunct ist gleich der hinteren Brennweite

$$\varphi_1 \, e = k\varphi_2 = F_1$$
$$\varphi_1 \, k = e\varphi_2 = F_2$$

Wenn man somit in einem Auge die Länge der optischen Axe und den Krümmungsradius kennt, so lassen sich die Brennweiten desselben in der Form des mittleren Auges berechnen. So ist im schematischen Auge von Helmholtz der Radius der Cornea = 7,829 und die Axenlänge = 22,834, also $F_1 = 22{,}834 - 7{,}829 = 15{,}005$ und $F_2 = 22{,}834$.

10. Quotient der Brennweiten; dessen Beziehung zum Brechungsvermögen und Radius.

Wenn man die hintere Brennweite durch die vordere dividirt, so ist

$$F_2 : F_1 = \frac{n_2\ r}{n_2 - n_1} : \frac{n_1\ r}{n_2 - n_1} = \frac{n_2\ r}{n_1\ r} = \frac{n_2}{n_1}$$

Also verhalten sich die Brennweiten wie das Brechungsvermögen.

Am Auge ist $\frac{F_2}{F_1} = \frac{22{,}5}{15} = \frac{3}{2}$

In Helmholtz schematischem Auge wäre durch Umwandlung desselben in ein reducirtes

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{22{,}834}{15{,}003} = \frac{n_2}{n_1} = 1{,}5217$$

Der Totalindex dieses reducirten Auges ist demnach thatsächlich jener des Glases; er übersteigt jenen des gewöhnlichen Glases von 1,5 um ein Geringes, und steht jenem des Spiegel- oder Kronglases nahe.

11. Beziehung der Brennweiten zu den conjugirten Vereinigungsweiten f_1 und f_2. Entwickelung der Scheitelpunctsgleichung.

Wenn man die Grundgleichung $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$ durch $\frac{n_2 - n_1}{r}$ dividirt, so ist:

im ersten Gliede $\frac{n_1}{f_1} : \frac{n_2 - n_1}{r} = \frac{n_1 \; r}{f_1 \; (n_2 - n_1)}$

im zweiten Gliede $\frac{n_2}{f_2} : \frac{n_2 - n_1}{r} = \frac{n_2 \; r}{f_2 \; (n_2 - n_1)}$

und im dritten $\frac{n_2 - n_1}{r} : \frac{n_2 - n_1}{r} = 1$

also bei Zusammenstellung der drei gefundenen Werthe

$$\frac{n_1 \; r}{f_1 \; (n_2 - n_1)} + \frac{n_2 \; r}{f_2 \; (n_2 - n_1)} = 1.$$

Nun ist aber $\frac{n_1 \; r}{n_2 - n_1} = F_1$ und $\frac{n_2 \; r}{n_2 - n_1} = F_2$; daher durch Substitution dieser Bezeichnungen

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1.$$

Ist für das Auge die Objectferne $f_1 = 352{,}5$, so ist die Bildweite $f_2 = 23{,}5$, also $\frac{15}{352{,}5} + \frac{22{,}5}{23{,}5} = 1$, somit $\frac{1}{23{,}5} + \frac{1}{1{,}044\ldots} = 1$, daher $\frac{24{,}544}{24{,}544} = 1$.

Damit haben wir einen einfachen Ausdruck gewonnen, — die sogenannte Scheitelpunktsgleichung, — aus welcher sich bei bekannten Brennweiten, die Objectferne f_1 und Bildweite f_2 berechnen lassen.

Sucht man die Objectferne f_1, so ist in $\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$

$$\frac{F_1}{f_1} = 1 - \frac{F_2}{f_2} = \frac{f_2 - F_2}{f_2}$$

daher $$\frac{1}{f_1} = \frac{f_2 - F_2}{F_1 \; f_2}$$

und durch Umkehrung

$$f_1 = \frac{F_1 \; f_2}{f_2 - F_2}$$

Sucht man die Bildweite f_2, so ist in $\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$

$$\frac{F_2}{f_2} = 1 - \frac{F_1}{f_1} = \frac{f_1 - F_1}{f_1}$$

daher $$f_2 = \frac{F_2\, f_1}{f_1 - F_1}$$

Für das Auge, wo $F_1 = 15$ und $F_2 = 22{,}5$ ist, wird

daher $$f_1 = \frac{15\, f_2}{f_2 - 22{,}5} \text{ und } f_2 = \frac{22{,}5\, f_1}{f_1 - 15}$$

Hieraus kann man sofort entnehmen, dass die Objectferne und Bildweite d r e i f a c h durch die Brennweiten des Auges bestimmt werden.

a) Wenn die Objectferne einen positiven Werth hat von ∞ bis zum Werthe der vorderen Brennweite, dann ist auch die Bildweite positiv, und schwankt zwischen dem Werthe der hinteren Brennweite und ∞. Wenn also z. B. $f_1 = 100^{m}/_{m}$, so ist

$$f_2 = \frac{22{,}5 \times 100}{100 - 15} = \frac{2250}{85} = 26{,}4.$$

b) Wenn die Objectferne sich innerhalb der vorderen Brennweite befindet, dann schwankt die Bildweite von ∞ bis *o*, und ist negativ. Sei daher z. B. $f_1 = 10$, so ist

$$f_2 = \frac{22{,}5 \times 10}{10 - 15} = \frac{225}{-5} = -45.$$

c) Wenn die Objectferne negativ ist, dann ist die Bildweite wieder positiv, aber schwankt innerhalb der hinteren Brennweite, befindet sich daher innerhalb des Auges.

Sei daher $f_1 = -100$, so ist

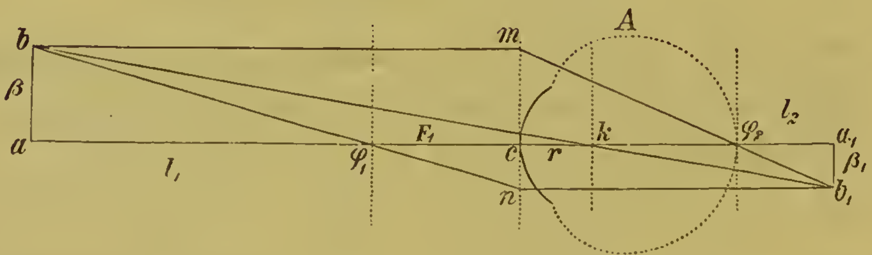
$$f_2 = \frac{22{,}5 \times -100}{-100 - 15} = \frac{22{,}5 \times 100}{100 + 15} = \frac{2250}{115} = 19.$$

Da die Netzhaut ihre Lage in der hinteren Brennebene hat, so fällt, wenn $f_1 = \infty$ ist, das Bild mit der Netzhaut zusammen. Es rückt, sobald f_1 einen endlichen Werth annimmt, immer weiter hinter die Netzhaut, und ist in unendlicher Entfernung, wenn $f_1 = F_1$ wird. Bei weiterem Heranrücken von f_1

wird das Bild überunendlich oder negativ, und wenn $f_1 = o$, das heisst, wenn das Object mit dem Cornealscheitel zusammenfällt, dann wird auch $f_2 = o$. Wird sodann f_1 negativ, indem es hinter die Cornea rückt, dann wird zwar f_2 positiv, aber es bleibt immer vor der Ebene der Netzhaut. Daraus ergibt sich, dass nur für den Fall, wenn die Objectferne zwischen dem Werthe ∞ bis F_1 schwankt, die positive Bildweite behufs deutlichen Sehens mit Hilfe der Accommodation verwerthet werden könne. In den beiden anderen Fällen ist die Accommodation ausser Stande, das Bild durch Erhöhung der Brechkraft auf die Netzhaut zu verschieben, weil das Bild nicht hinter der Netzhaut, sodann vor derselben liegt.

12. Entwickelung des Productes der Brennweiten. — Brennpunctsgleichung. — Brennobjectferne und Brennbildweite.

Fig. 3.



Wenn wir die Grenze der Objectferne nicht am Cornealscheitel c (Fig 3) sondern im vorderen Brennpunct φ_1 annehmen, und hiefür die Bezeichnung Brennobjectferne $= l_1$ wählen, somit (Fig 3) $a\varphi = l_1$, so ist offenbar

$$l_1 = f_1 - F_1$$

also auch

$$f_1 = l_1 + F_1$$

Ebenso ist, wenn wir die Bildweite lediglich vom hinteren Brennpuncte φ_2 und nicht vom Cornealscheitel c zählen, und diesen Werth $\varphi_2\, a_1$, die Brennbildweite mit l_2 bezeichnen

$$l_2 = f_2 - F_2$$

$$f_2 = l_2 + F_2$$

Substituiren wir nun diese Werthe von f_1 und f_2 in die Scheitelpunctsgleichung $\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$, so ist

$$\frac{F_1}{l_1 + F_1} + \frac{F_2}{l_2 + F_2} = 1$$

Wird die Addition der Brüche durchgeführt, so ist

$$\frac{F_1\, l_2 + F_2\, l_1 + F_1\, F_2 + F_1\, F_2}{F_1\, l_2 + F_2\, l_1 + F_1\, F_2 + l_1\, l_2} = 1$$

Da sich nun die gleichen Glieder heben, so bleibt

$$\frac{F_1\, F_2}{l_1\, l_2} = 1 \text{ oder } F_1\, F_2 = l_1\, l_2$$

Das Product der Brennweiten ist also gleich dem Producte der Brennobjectferne und Brennbildweite, oder dem Producte der um die betreffenden Brennweiten verminderten conjugirten Vereinigungsweiten.

Die Gleichung des Productes der Brennweiten, auch **Brennpunctsgleichung** genannt, ist die einfachste zur Berechnung der conjugirten Vereinigungsweiten bei bekannten Brennweiten.

Wenn nemlich am Auge $F_1\, F_2 = 15 \times 22{,}5 = 337{,}5$ ist, so ist auch

$$l_1 = \frac{337{,}5}{l_2} \text{ und } l_2 = \frac{337{,}5}{l_1}$$

Ist einer dieser Werthe negativ, so wird es auch der Andere, z. B. $\frac{337{,}5}{-\, l_2} = -\, l_1$

Sei also für das Auge von $F_1\, F_2 = 337{,}5$ die Objectferne $f_1 = 352{,}5$, so ist offenbar $l_1 = f_1 - F_1 = 352{,}5 - 15$, also $l_1 = 337{,}5$ und $l_2 = \frac{337{,}5}{337{,}5} = 1$

Ist dagegen die Bildweite $f_2 = 23{,}5$, so ist $l_2 = f_2 - F_2 = 23{,}5 - 22{,}5$, daher $l_1 = \frac{337{,}5}{1} = 337{,}5$

Um die Brennobjectferne l_1 zu finden, haben wir also das Product der Brennweiten durch die Brennbildweite zu dividiren,

und umgekehrt, und jede derselben, vermehrt um die betreffende Brennweite, gibt die entsprechende conjugirte Vereinigungsweite.

13. Entwickelung der Knotenpunctsgleichung.

Aus der in (1) entwickelten Gleichung

$$\frac{n_2 f_1}{f_1 + r} = \frac{n_1 f_2}{f_2 - r}$$

ergibt sich, dass

$$f_1 + r = \frac{n_2 f_1 (f_2 - r)}{n_1 f_2}$$

Dividiren wir diese Gleichung durch $f_1 + r$, so ist

$$\frac{f_1 + r}{f_1 + r} = \frac{n_2 f_1 (f_2 - r)}{n_1 f_2 (f_1 + r)} = 1.$$

Diese Gleichung heisst die Knotenpunctsgleichung, und bezeichnet man $f_1 + r$ mit g_1, und $f_2 - r$ mit g_2, so ist

$$\frac{g_2 n_2 f_1}{g_1 n_1 f_2} = 1$$

also auch $\frac{g_1}{g_2} = \frac{n_2 f_1}{n_1 f_2} = \frac{f_1 + r}{f_2 - r}$

Am Auge, wenn $f_2 = 23{\cdot}5$, $f_1 = 352{,}5$, $r = 7{,}5$, ist also

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{352{,}5 + 7{,}5}{23{,}5 - 7{,}5} = \frac{360}{15} = 24.$$

Die Entfernung des Objectes vom Krümmungsmittelpuncte des Auges ist also 24mal grösser, als die Entfernung des Bildes von demselben, in Einheiten der vordern Brennweite ausgedrückt.

14. Die Grenzen der Objectferne und Bildweite.

Aus den bisherigen Erörterungen ergibt sich, dass die Grenzen der Objectferne und Bildweite dreifach bestimmt werden.

1. Beide können nach der Brennpunktsgleichung (12) bis zu den Brennpuncten gezählt werden. So ist (Fig. 3) $a\varphi_1 = f_1 - F_1 = l_1$ die Brennobjectferne, $a_1 \varphi_2 = f_2 - F_2 = l_2$ die Brennbildweite, welche durch die Brennpuncts-Gleichung $F_1 F_2 = l_1 l_2$ bestimmt sind.

2. Beide können nach der Knotenpunctsgleichung (13) bis zum Knotenpuncte oder Krümmungsmittelpuncte gezählt werden. So ist $ak = f_1 + r = g_1$ die Knotenobjectferne und $a_1 k = f_2 - r = g_2$ die Knotenbildweite, welche durch die Knotenpunctsgleichung bestimmt wird.

3. Beide können nach der Grundformel (1) bis zum Cornealscheitel gezählt werden. So ist $ac = f_1$ die Objectferne und $a_1 c = f_2$ die Bildweite, welche durch die Grundgleichung $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$ bestimmt werden.

Es dürfte wünschenswerth sein, diese 3 Formen der conjugirten Vereinigungsweiten strenger als bisher auseinander zu halten. Denn es ist in der That, namentlich bei Bestimmung der Accommodationsgrenzen, so wie in der Brillenlehre dadurch einige Verwirrung in die Sache gekommen, dass man eine Zeit lang den Knotenpunct als allgemeinen Grenzpunct festhielt, und die Grundgleichung mit der Knotenpunctsgleichung verwechselt hat. Anderntheils ist der Hauptpunct die allgemeine Grenze der conjugirten Vereinigungsweiten, aber für die Betrachtung der Accommodation so wie für die Berechnung der Bildgrössen ist auch die Beziehung der Objectferne zum vorderen Brennpunct von Wichtigkeit. Ich möchte daher vorschlagen, um Verwirrungen zu vermeiden, bei den verschiedenen bezüglichen Erörterungen immer für f_1 die Bezeichnung «Objectferne», für l_1 «Brennobjectferne» und für g_1 «Knotenobjectferne» festzuhalten, und ebenso für f_2 «Bildweite», für l_2 «Brennbildweite» und für g_2 Knotenbildweite zu wählen. Die Bedeutung dieser Unterscheidung ergibt sich sofort bei Berechnung der Grösse des Bildes.

15. **Grösse des Bildes.** (Fig. 3.)

Legt man durch den vorderen Brennpunct φ_1 den Hauptpunct c, den Knotenpunct k und hinteren Brennpunct φ_2 ent-

sprechend benannte Ebenen, so lässt sich die Richtung jedes ausserhalb der Axe aa_1 befindlichen Stralenbüschels auf Grund der bisher entwickelten Gesetze construiren. Sei in ab ein Object, so verfolgen wir drei der von b ausgehenden Stralen.

a) Der von b durch den vorderen Brennpunct φ_1 gehende Stral trifft die Hauptebene mn in n, wird dort parallel der Axe gebrochen, und geht von n nach b_1 fort.

b) Der von b zum Knotenpuncte k tendirende Normalstral geht ungebrochen nach b_1.

c) Der parallel der Axe aa_1 von b nach m tendirende Stral wird in m so gebrochen, dass er nach der Brechung durch den hinteren Brennpunct φ_2 nach b_1 fortgeht.

Die 3 Stralen schneiden einander daher in b_1, wo das Bild des Punctes b ist. Lässt man von b_1 ein Loth auf die Axe nach a_1 fallen, so ist auch a_1 das Bild von a. Wird nun ab mit β und $a_1 b_1$ mit β_1 bezeichnet, so ergeben sich folgende einfache Relationen rechtwinkliger Dreiecke:

a) Da im $\triangle\, ab\varphi_1$ und $\varphi_1 cn$ $a\varphi_1 = l_1$ und $\varphi_1 c = F_1$ ist, da ferner $cn = a_1\, b_1 = \beta_1$ und $ab = \beta$ ist, so ergibt sich

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{F_1}{f_1 - F_1} = \frac{F_1}{l_1}$$

Das Bild verhält sich zum Object, wie die vordere Brennweite zur Brennobjectferne.

b) Da im $\triangle$ abk und $ka_1 b_1$ die Strecke $ak = f_1 + r = g_1$ und $ka_1 = f_2 - r = g_2$, so ist

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{f_2 - r}{f_1 + r} = \frac{g_2}{g_1}$$

Das Bild verhält sich zum Object, wie die Knotenbildweite zur Knotenobjectferne.

c) Da im $\triangle$ $mc\varphi_2$ und $a_1 b_1 \varphi_2$ die Linie $c\varphi_2 = F_2$ und $\varphi_2 a_1 = l_2$, so ist

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{f_2 - F_2}{F_2} = \frac{l_2}{F_2}$$

Das Bild verhält sich zum Object, wie die Brennbildweite zur hinteren Brennweite.

Sei also beispielsweise für das Auge die Objectferne $f_1 = 352,5$, so ist wie früher berechnet, die Bildweite $f_2 = 23,5$ und $l_1 = 337,5$, ferner $l_2 = 1$ und $g_1 = f_1 + r = 360$, dann $g_2 = f_2 - r = 16$.

Wenn unter diesen Voraussetzungen das Object β die Grösse von 10 m/m hat, so ist die Grösse des Bildes β_1

$$a)\ \beta_1 = \frac{\beta\ F_1}{l_1} = \frac{10 \times 15}{337,5} = 0,44$$

$$b)\ \beta_1 = \frac{\beta\ g_2}{g_1} = \frac{10 \times 16}{360} = 0,44$$

$$c)\ \beta_1 = \frac{\beta\ l_2}{F_2} = \frac{10 \times 1}{22,5} = 0,44.$$

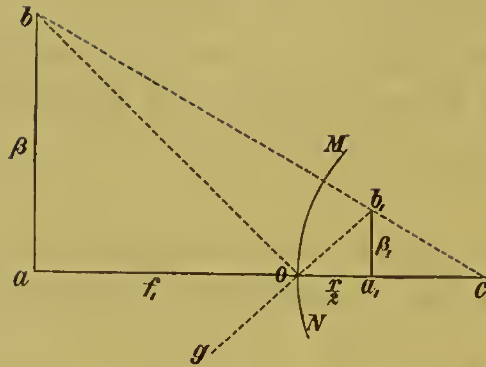
Das Bild eines Objectes von 10 m/m Grösse, welches 352,5 vor dem Auge steht, wäre demnach 0,44 gross, wenn es 1 m/m hinter der Netzhaut zu Stande käme.

16. Katoptrik der Cornea. Berechnung des Cornealradius aus dem Kugelspiegelbilde derselben.

Die Cornea hat für reflectirtes Licht die Bedeutung eines Kugelspiegels, dessen Brennweite p gleich ist dem halben Radius; also $p = \frac{r}{2}$ und $r = 2\ p$.

Wenn (Fig. 4) *MN* ein Kugelabschnitt der Hornhaut ist, deren Radius $r = oc$, und ab ein Object β, so werden die von den Grenzpuncten des Objectes a und b ausgehenden Lichtstralen ac und bc als Richtungsstralen an der Cornea in sich selbst zurückreflektirt. Ein zweiter von b ausgehender Stral bo wird vom Scheitel der Cornea o nach og reflektirt. In b_1 wo die hinter die Cornea verlängert gedachten Stralen bc und og sich schneiden, ist das virtuelle Bild von b, und in dem Fuss-

Fig. 4.



puncte von b_1, also in a_1 ist das virtuelle Bild von a. Also ist $a_1 b_1$ das virtuelle, aufrechte, verkleinerte Bild von ab. Es verhält sich daher

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{oa_1}{oa}$$

Da $oa = f_1$ die Objectferne bedeutet, und man für ferne Objecte die Bildweite oa_1 gleich der Brennweite annehmen kann, also $oa_1 = p = \frac{r}{2}$ so ist auch

$$\beta_1 : \beta = \frac{r}{2} : f_1$$

$$\text{daher } \frac{r}{2} = \frac{\beta_1 \ f_1}{\beta} \text{ und } r = \frac{2 \ \beta_1 \ f_1}{\beta}.$$

Wenn nun bei allen Abmessungen der Spiegelbilder der Cornea, wie in Fig. 4, die Grösse des Objectes ab und dessen Entfernung ao von der Cornea von gleichem Werthe gewählt wird, so ist auch die Bildweite oa_1 immer gleich dem Bilde $b_1 a_1$. Nun ist $\frac{2f_1}{\beta}$ eine Constante, und da $f_1 = \beta$ ist, so ist $\frac{2f_1}{\beta} = 2$. Wir haben also immer nur die Grösse des Reflexbildes durch Messung zu bestimmen. Diese Grösse bedeutet die Brennweite, und ihr doppelter Werth den Radius der Cornea.

Seien also die Objectferne f_1 und das Object β beide mit 1300 m/m gewählt, und das Spiegelbild β_1 mit 3,5 m/m gemessen, so ist

$$r = \frac{2\ f_1\ \beta_1}{\beta} = \frac{2 \times 1300 \times 3{,}5}{1300} = 7\ \text{m/m}.$$

Hiebei ist freilich angenommen, dass die Spiegelbildweite oa_1 gleich der Brennweite sei, was nicht richtig ist, weil bei endlicher Entfernung des Objectes die Bildweite immer kleiner ist als die Brennweite.

Es ist nemlich, wenn wir die Bildweite mit α bezeichnen, die Brennweite

$$p = \frac{r}{2} = \frac{f_1\ \alpha}{f_1 - \alpha}$$

also

$$r = \frac{2\ f_1\ \alpha}{f_1 - \alpha}$$

Da nun unter obigen Voraussetzungen das Spiegelbild β_1 gleich der Bildweite α ist, so ist auch

$$r = \frac{2\ f_1\ \beta_1}{f_1 - \beta_1} = \frac{2 \times 1300 \times 3{,}5}{1300 - 3{,}5} = 7{,}0189.$$

Die bisher allgemein angenommene Formel $\frac{2 f_1\ \beta}{\beta}$ ergibt also einen zu kleinen Radius, und es ist besser, die Formel $\frac{2\ f_1\ \beta_1}{f_1 - \beta_1}$ zur Berechnung des Cornealradius heranzuziehen, da sie exacter ist, und sich auch leicht handhaben lasst.

Für rasche, klinische Bestimmungen des Cornealradius reicht man allerdings mit der Formel $r = 2\ \beta_1$ aus, indem hiebei ja der Fehler kaum viel mehr als 0·02 beträgt.

Zur Messung der Spiegelbilder der Cornea bedient man sich zweier in der Distanz *ab* befindlichen Lichtpuncte, und misst die Grösse des Bildes mit dem Helmholtz'schen Ophthalmometer.

Zu klinischen Bestimmungen der Cornealradien, wo es sich um eine möglichst rasche Messung handelt, pflege ich einen aus

zwei gegeneinander verschiebbaren, in Rähmchen gespannten Platindrähten bestehenden Massstab zu verwenden, welcher mit Hilfe eines Nonius Distanzunterschiede der Drähte von $^1/_{20}$ $^m/_m$ angibt. Es können daher mit ziemlicher Genauigkeit Cornealradien von $^1/_{10}$ $^m/_m$ Differenz bestimmt werden, was für klinische Zwecke umsomehr hinreicht, als ja der Einfluss des Cornealradius auf die Refraction des Auges nur im Vergleiche zur Axenlänge und zum Brechungsvermögen desselben von entscheidendem Werthe ist, diese beiden letzteren sich aber bei Lebenden bisher direct nicht messen lassen.

17. Gang des Lichtes im sogenannten schematischen Auge.

Wir sind durch die bisherigen Erörterungen in den Stand gesetzt, den Gang der Lichtstralen im schematischen Auge zu verfolgen. In diesem wird nemlich für die Linse ein Totalindex gewählt, und jener der Cornea, des Kammerwassers und Glaskörpers als identisch angenommen. Das Licht erfährt daher lediglich an drei Trennungsflächen, der Cornea, Vorder- und Hinterkapsel eine Ablenkung.

Wir wollen auf Grund der von Helmholtz gewählten optischen Constanten dieses Auges den Gang des Lichtes in demselben berechnen.

a) Brechung an der Hornhaut. Brennweiten dieser Membran. — Parallele, von vorn auf die Hornhaut fallende Lichtstralen vereinigen sich in der hinteren Brennweite F_2 dieser Membran. Nun ist (nach 4) die vordere Brennweite

$F_1 = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1}$ und die hintere $F_2 = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$. Helmholtz wählt für den Cornealradius r den Werth von 7,829, das Brechungsvermögen der Cornea $n_2 = 1,3365$. Also ist

$$F_1 = \frac{7,829}{0,3365} = 23,2659$$

$$F_2 = \frac{7,829 \times 1,3365}{0,3365} = 31,0949.$$

b) Brechung an der Vorderkapsel und deren Brennweiten. Vorerst sind die Brennweiten auch dieser Trennungsfläche, welche einen Radius von 10 m/m hat, zu bestimmen. Das Brechungsvermögen des Kammerwassers wird $n_1 = 1,3365$, jenes der Linse $n_2 = 1,4371$ angenommen. Daher

$$F_1 = \frac{1,3365 \times 10}{1,4371 - 1,3365} = 132,85288$$

$$F_2 = \frac{1,4371 \times 10}{1,4371 - 1,3565} = 142,85288.$$

Nun steht die Vorderkapsel 3,6 hinter der Cornea; die von der Letzteren kommenden, nach 31, . . convergirenden Stralen müssten sich also 31, . .—3,6 = 27,495 hinter der Vorderkapsel vereinigen. Diess ist die negative Objectferne für die Vorderkapsel, also $f_1 = -27,495$. Der Ausdruck für die Bildweite ist (nach 11)

$f_2 = \frac{f_1 \; F_2}{f_1 - F_1}$ und da hier f_1 einen negativen Werth hat

$$f_2 = \frac{f_1 \; F_2}{f_1 + F_1} = \frac{27,495 \times 142,8\ldots}{27,4\,.\, + 132,8\ldots} = 24,495118.$$

c) Brechung an der hinteren Kapsel, und deren Brennweiten. Da der Radius der hinteren Kapsel mit 6 m/m angenommen wird, ist

$$F_1 = \frac{1,3365 \times 6}{1,4371 - 1,3365} = 79,71162$$

$$F_2 = \frac{1,4371 \times 6}{1,4371 - 1,3365} = 85,71162$$

Die nach 24,4 . . . hinter der Vorderkapsel tendirenden Stralen fallen zunächst auf die Hinterkapsel, deren Abstand von der vorderen 3,6 beträgt. Sie würden sich also 24,4 . . — 3,6 = 20,895118 hinter der Linse vereinigen. Dieser Werth

ist abermals negativ. Um daher den Vereinigungspunct der Stralen hinter der Linse zu finden, benutzen wir die Gleichung

$f_1 = \frac{f_2 \; F_1}{f_2 - F_2}$ und da $f_2 = - 20{,}895$ ist, haben wir

$$f_1 = \frac{20{,}895 \times 79{,}7 \ldots}{20{,}8 \ldots + 85{,}7} = 15{,}62361.$$

Da die hintere Kapsel von der Cornea 7,2 m/m entfernt angenommen ist, liegt daher der Vereinigungspunct von parallel auf die Cornea auffallenden Stralen 15,62361 + 7,2 = 22,82361 hinter der Cornea.

Diess ist der Ort des hinteren Brennpunctes, also auch die Länge der optischen Axe.

Gang der Lichtstralen in umgekehrter Ordnung.

Wenn man den Ort des vorderen Brennpunctes feststellen will, so muss die Brechung solcher Stralen, welche im Glaskörper parallel fortgehen, durch die Linse und Cornea in Betrachtung gezogen werden.

Da die hintere Brennweite der hinteren Kapsel $F_2 =$ 85,71172 ist, so convergiren Lichtstralen, welche von hinten auf die hintere Kapsel auffallen, gegen einen vor derselben in 85,7 . . . gelegenen Punct.

Auf die vordere Kapsel gelangt, ist für diese daher $- f_2$ = 85,7 — 3,6 = — 82,11172, und da die vordere Brennweite die vorderen Kapsel F_1 = 132,8 . . und die hintere F_2 = 142,8 . . beträgt, ist die Objectferne f_1

$$f_1 = \frac{f_2 \; F_1}{f_2 - F_2} = \frac{82{,}11 \ldots \times 132{,}8 \ldots}{82{,}11 + 142{,}85} = 48{,}491089.$$

Auf die Cornea gelangen die Stralen nunmehr in der Distanz 48,49 . . — 3,6 = 44,891089 und dieser Werth ist abermals negativ.

Da bei der Cornea F_1 = 23,2659 und F_2 = 31,095, so ist

$$f_1 = \frac{f_2 \; F_1}{f_2 - F_2} = \frac{44{,}89 \ldots \times 23{,}266}{44{,}89 + 31{,}095} = 13{,}7451.$$

Die in Glaskörper parallelen Stralen vereinigen sich also 13,7451 vor der Hornhaut. Diess ist der negative Ort des vorderen Brennpunctes.

Es lässt sich also nach der eben eingeschlagenen Methode der Ort der beiden Brennpuncte für das schematische Auge genau finden, wenn die optischen Constanten als bekannt vorausgesetzt werden.

Damit sind freilich die Brennweiten selbst noch nicht bestimmt. Nach Helmholtz wäre auf Grund der Gauss-Listing'schen Formeln die vordere Brennweite dieses Auges 15,5025 und die hintere 20,719. Wir wollen aber nunmehr den Versuch machen, auch auf einem anderen Wege die Brennweiten zu finden.

18. Das reducirte und das mittlere Auge.

Da der müssige Raum, welcher sich bei Berechnung der Brennweiten des Auges auf Grund der Gauss-Listing'schen Formeln ergibt, nur klein ist, und die unvermeidlichen Fehler bei Bestimmung des Brechungsvermögens der Cornea, des Kammerwassers, Glaskörpers und der Linse, so wie bei jener der Krümmungsradien der Cornea und Linse auch in Betrachtung kommen: so kann von einer völlig exacten Berechnung der Brennweiten eines bestimmten Auges niemals die Rede sein, und es hat desshalb bereits Listing gerathen, die Berechnung der Brennweiten auf der Grundlage eines Haupt- und Knotenpunctes vorzunehmen.

Hiedurch ändert sich allerdings die Sachlage mit einem Schlage ganz wesentlich, und in einer für die Praxis ausserordentlich vortheilhaften Weise. Der einfache Hauptpunct rückt nemlich aus dem Binnenraume des Auges heraus in den Scheitel der einzigen Trennungfläche, der Hornhaut, der einfache Knotenpunct liegt im Krümmungsmittelpuncte der Hornhaut, und das Auge ist blos von einem brechenden Mittel erfüllt, demnach linsenlos. Ein solches Auge nannte Listing das reducirte.

Bei der Berechnung des reducirten Auges erhebt sich nun in erster Reihe die Frage nach dem Totalindex, und in zweiter jene nach dem Krümmungsradius und der Axenlänge.

Wenn man mit Listing den Totalindex nicht wesentlich von jenem der Cornea des schematischen abweichend annimmt, dann muss man sich dazu bequemen, sowohl den Radius als die Axenlänge erheblich zu reduciren, und man gelangt zu einem Miniaturauge, welches bei Berechnungen von Axen-, Krümmungs- und Indexfehlern nicht wohl brauchbar ist. Donders hat ein abgerundetes Listing'sches Auge angenommen, dessen hintere Brennweite 20, vordere 15, Radius 5 und Index $^4/_3$ beträgt. Cornealkrümmung und Axenlänge dieses Auges sind um mindestens 2 m/m kleiner als im mittleren normalen Auge, und der Totalindex steht höchstens dem eines pathologisch aphakischen Auges nahe, nimmt also auf die thatsächliche Erhöhung der Brechkraft der Cornea durch die eingeschaltete Linse im normalen Auge keine Rücksicht. Es ist aber namentlich für die Berechnung dioptrischer Fehler wünschenswerth, ein reducirtes oder mittleres Auge aufzustellen, dessen Cornealradius, Axenlänge und Totalindex nicht erheblich von jenen des normalen Auges abweichen.

Wenn man den niederen Totalindex von $^4/_3$ annimmt, und den Brennpunctsabstand gleich der oben gefundenen Summe der beiden Brennweiten (15,62361 + 13,7451 + 7,2) = 36,56871 setzt, welche wir mit S bezeichnen wollen, so berechnet sich der Radius dieses Auges (nach 7)

$$r = \frac{S\,(n_2 - n_1)}{n_2 + n_1} = \frac{36{,}5\ ..\ \times 0{,}333}{2{,}333} = 5{,}22365$$

also ist die vordere Brennweite $F_1 = 3\,r = 15{,}67095$ und die hintere $F_2 = 4\,r = 20{,}8946$.

Die Brennweiten stehen also jenen des schematischen Auges von Helmholtz allerdings sehr nahe, aber es sind alle anderen Constanten, die Axenlänge wie 20,894 : 22,834, der Radius wie 5,223 : 7,829 und der Index von 1,333 : 1,5 sehr erheblich reducirt.

Soll daher die Summe der Brennweiten und der Cornealradius dem schematischen Auge entsprechen, und sucht man aus diesen Werthen den Totalindex, die Axenlänge und die Brennweiten, so ist

$$F_1 + F_2 = S = 36{,}56871$$
$$F_2 - F_1 = r = 7{,}829$$

also auch $F_2 = S - F_1$

und $F_2 = r + F_1$

daher $S - F_1 = r + F_1$, woraus sich der Werth von F_1 ergibt

$$F_1 = \frac{S - r}{2} = \frac{36{,}5 \,.\,. - 7{,}829}{2} = 14{,}36985$$

daher $F_2 = F_1 + r = 22{,}19885$

und $\frac{n_2}{n_1} = \frac{F_2}{F_1} = 1{,}544.$

Man gelangt somit zu einem Totalindex, welcher noch über jenem des Glases steht, und zu einer Axenlänge $A = F_2$, welche unter jenem des Helmholtz'schen schematischen Auges steht. Wenn wir daher, wie es vom practischen Gesichtspuncte am wünschenswerthesten ist, den Totalindex des Auges finden wollen, dessen Radius und Axenlänge den thatsächlichen Verhältnissen entsprechen, und wenn wir hiefür beispielsweise die Werthe des schematischen Auges annehmen, so wäre die Axenlänge $A = F_2 = 22{,}82361$

$$F_1 = A - r = 22{,}8 \,.\,. - 7{,}829 = 14{,}99461 = 15.$$

Daher ist der Totalindex dieses Auges

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{22{,}82361}{15} = 1{,}52157.$$

Dieser Index entspricht jenem des Glases, und wenn wir behufs bequemer Rechnung die Decimalen abrunden, und den für Glas allgemein angenommenen reducirten Index von $1{,}5 = {}^3/_2$ wählen, so dürfte es kaum bezweifelt werden können, dass sich

dieser Totalindex auch für die Aufstellung eines reducirten mittleren Auges empfiehlt.

Im Folgenden sind nun auf der Grundlage des Totalindex von $^3/_2$, des Radius von 7—8 und der Axenlänge von 21—24 eilf Formen emmetropischer Augen aufgestellt worden, und sind die vier Species ihrer Brennweiten (deren Addition, Subtraction, Multiplication und Division) ersichtlich gemacht. Die Summe repräsentirt deren Brennpunctsdistanz, die Differenz den Radius r, und der Quotient den Totalindex $n_2 = {}^3/_2 = \frac{F_2}{F_1}$.

$F_2 + F_1$	$F_2 - F_1$	$F_1 \; F_2$	$\frac{F_2}{F_1}$
35	7	294 . . .	$\frac{21}{14}$
35,5	7,1	302	$\frac{21,3}{14,2}$
36	7,2	311,04 . . .	$\frac{21,6}{14,4}$
36,5	7,3	319,74	$\frac{21,9}{14,6}$
37	7,4	328,56	$\frac{22,2}{14,8}$
37,5	7,5	337,5 . . .	$\frac{22,5}{15}$
38	7,6	346,56 . . .	$\frac{22,8}{15,2}$
38,5	7,7	355,74 . . .	$\frac{23,1}{15,4}$
39	7,8	365,04 . . .	$\frac{23,4}{15,6}$
39,5	7,9	374,46 . . .	$\frac{23,7}{15,8}$
40	8	384 . . .	$\frac{24}{16}$

Offenbar bietet in dieser Tabelle das Auge von $\frac{F_2}{F_1} = \frac{22,5}{15}$ mittlere und zugleich die günstigsten Werthe der Summe, Differenz, des Productes und Quotienten der Brennweiten. Die vordere Brennweite hat den von Donders eingeführten Werth von 15 $^m/_m$ und es ist also auch die Knotenpunctsdistanz = 15 und der Brechwerth = $^1/_{15}$ dem älteren reducirten Auge gleich. Die Brennpunctsdistanz ist um 0,9, das Product der Brennweiten um 16 und die hintere Brennweite um 1,781 grösser als im Helmholtz'schen schematischen Auge. Aber diess hat auf die Aenderung der Bildweite nur einen unerheblichen Einfluss, umsomehr, als ja, wie nachgewiesen wurde, das schematische Auge den Anspruch auf allgemeine Giltigkeit seiner optischen Constanten nicht haben kann. Selbst mit Rücksicht auf Donders reducirtes Auge, wo $F_2 = 20$ ist, ergeben sich mit unserem mittleren Auge nur geringe und unerhebliche Differenzen der Bildweite, indem diese erst bei einem Meter Distanz des Objectes für unser mittleres Auge um 0,038 grösser wird als im reducirten. Wenn man also auch mit einer ungerechtfertigten Scrupulosität an den Rechnungsresultaten des reducirten Auges festhalten wollte, so sind diese bei unserem mittleren Auge nahezu unverändert dieselben, dagegen bietet dasselbe den Vortheil, dass es sich zur Berechnung jeder Art refractorischer Anomalien besser eignet, indem dessen Cornealradius, Index und Axenlänge thatsächliche mittlere Werthe repräsentiren.

Allerdings können unter Umständen alle angeführten eilf emmetropische Augen als Grundlage der Entwickelung refractorischer Anomalien gewählt werden, und empfehlen sich namentlich hiefür die beiden Grenzaugen von $\frac{21}{14}$ und $\frac{24}{16}$ weil sie in keiner der vier Species Decimalen enthalten, daher die Rechnung mit denselben in der That ganz besonders bequem ist.

19. Die drei Arten von Refractionsfehlern.

Aus der Grundformel unseres mittleren Auges, wo $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$ sich in $\frac{2}{f_1} + \frac{3}{f_2} = \frac{1}{7,5}$ verwandelt, ergibt sich, dass nur dann ein deutliches Bild auf der Netzhaut zu Stande komme, wenn die Objectferne $f_1 = \infty$ wird, weil dann die Bildweite $f_2 = 22,5$, also die Bildweite der Axenlänge A und ebenso gleich der hinteren Brennweite F_2 wird. Setzen wir in obige Formel für f_2 den Werth der Axenlänge A, so ist $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{A} = \frac{n_2 - n_1}{r}$, und wenn $f_1 = \infty$ wird, bleibt $\frac{n_2}{A} = \frac{n_2 - n_1}{r}$ also für das mittlere Auge $\frac{3}{22,5} = \frac{1}{7,5}$.

Es hängt also die normale Funktion des Auges von drei Werthen ab: der Axenlänge, dem Radius der Cornea und dem Totalindex.

Es ist die Axenlänge $A = \frac{n_2\, r}{n_2 - n_1} = 3 \times 7,5 = 22,5$

der Radius $r = \frac{A(n_2 - n_1)}{n_2} = \frac{22,5}{3} = 7,5$

der Index $n_2 = \frac{A}{A - r} = \frac{22,5}{15} = 3/2$.

Jede Abweichung von diesen Werthen ist ein Refractionsfehler, wenngleich, wie unsere Tabelle von 11 emmetropischen Augen lehrt, Compensationen einer Abweichung durch eine andere stattfinden können, und daher nicht immer sofort eine fehlerhafte Leistung der Gesammtfunktion des Auges sich ergeben muss. Ja, je zahlreicher die Bestimmungen der optischen Constanten emmetropischer Augen werden, eine umso grössere Mannigfaltigkeit von Compensationen tritt auch an denselben zu Tage. Um jedoch einen Einblick in die pathologischen Ver-

hältnisse zu gewinnen, müssen wir von dem bestimmten Falle eines mittleren Auges ausgehen, dessen Abweichungen sich demnach dreifach, und zwar als Indexfehler, Krümmungsfehler und Axenfehler darstellen lassen.

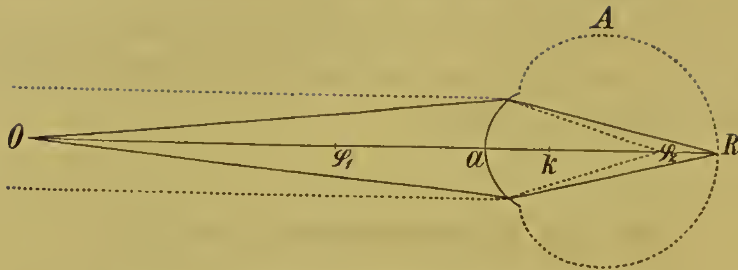
20. Die Krümmungsfehler des Auges.

Man berechnet Krümmungsanomalien am besten nach der Formel für die vordere Brennweite $F_1 = \frac{r}{n-1}$ welche für das mittlere Auge ist $\frac{7,5}{0,5} = 15$. Es kann nun der Radius entweder ab- oder zunehmen, während das Brechungsvermögen und die Axenlänge unverändert bleiben. Wenn der Radius abnimmt, entsteht Krümmungsmyopie, wenn er zunimmt, Krümmungshyperopie. Lassen wir den Radius von 6 bis 9 m/m zunehmen, während der Index unverändert $n = {}^3/_2$ und ebenso die Axenlänge $A = 22,5$ bleibt, und berechnen wir für diese Form die Werthe der Brennweiten, ihres Productes, sowie die Brennobjektferne l_1 und Brennbildweite l_2, ferner den Grad der zu Stande kommenden Myopie oder Hyperopie, so ist

r	F_1	F_2	$F_1 F_2$	l_2	l_1	f_1		
6	12	18	216	+ 4,5	48	60	Myopie	6
6,5	13	19,5	253	+ 3	84	97	„	9,7
7	14	21	294	+ 1,5	196	210	„	21
7,5	15	22,5	337,5	0	∞	∞	Emmetropie	
8	16	24	384	— 1,5	— 229	— 213	Hyperopie	21,3
8,5	17	25,5	433,5	— 3	— 144,5	— 127,5	„	12,7
9	18	27	486	— 4,5	— 108	— 90	„	9

Diese Tabelle erheischt eine Erläuterung.

Fig. 5.



a) Krümmungsmyopie *K M* (Fig. 5.)

Wenn das Auge von normaler Axenlänge ($A = 22{,}5$) und normalem Totalindex $^3/_2$ einen kleineren Krümmungsradius r als 7,5, beispielsweise jenen von 6 m/m hat, dann berechnet sich:

die vordere Brennweite $\varphi_1\, a = F_1 = \frac{r}{n - 1} = \frac{6}{1{,}5 - 1} = 12$

die hintere Brennweite $a\, \varphi_2 = F_2 = F_1 + r = 12 + 6 = 18$

das Product der Brennweiten $F_1\, F_2 = 18 \times 12 = 216$

die Brennbildweite $l_2 = A - F_2 = 22{,}5 - 18 = 4{,}5$

die Brennobjectferne $l_1 = \frac{F_1\, F_2}{l_2} = \frac{216}{4{,}5} = 48$

die Objectferne $f_1 = l_1 + F_1 = 48 + 12 = 60.$

Ein paralleles, die Cornea treffendes Lichtbündel muss sich also in φ_2, somit 4,5 vor der Netzhaut vereinigen. Soll der Vereinigungspunct von Lichtstralen durch die Brechung der Cornea auf die Netzhaut fallen, dann muss das leuchtende Object o sich dem vorderen Brennpuncte φ_1 auf 48 m/m, demnach der Cornea a auf 60 m/m nähern. Es muss also $o\varphi_1 = l_1 = 48$ und $oa = f_1 = 60$ m/m betragen, was in der ersten Zeile unserer Tabelle für den Radius von 6 m/m nachgewiesen erscheint. Dieses Auge ist also kurzsichtig, myopisch, indem sein Fernpunct nicht in ∞, sondern in endlicher Ferne liegt. Bezeichnen wir nun die Myopie nach Centimetern des Fernpunctes, so hat für den Fall, wo der Radius $r = 6$ m/m ist, die Myopie den Grad von 6 Centimetern, wir haben eine Myopie *M* 6, und da es eine Krümmungsmyopie ist, *KM* 6.

Wenn man die Grundformel zur Berechnung des Grades von Krümmungsmyopie heranzieht, so ist für den Radius von 6 m/m bei unveränderter Axenlänge und Totalindex

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{22{,}5} = \frac{1}{6}$$

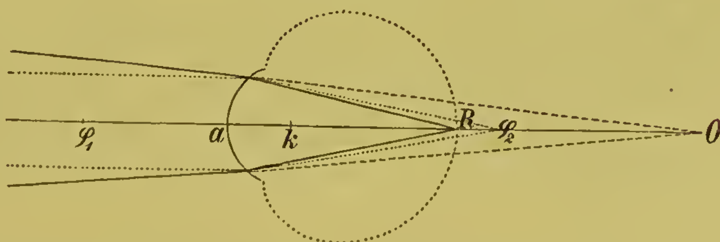
daher $\frac{1}{f_1} = \frac{4{,}5}{270}$ und $f_1 = 60$.

Der Abstand des Knotenpunctes $k\,R$ von der Netzhaut ist im krümmungsmyopischen Auge von $r = 6$ offenbar $22{,}5 - 6 = 16{\cdot}5$, während er im normalen Auge $22{,}5 - 7{,}5 = 15$ beträgt.

Der Knotenpunct ist also von der Netzhaut um 1,5 abgerückt.

Eine Krümmungsmyopie von 6 Centimetern (2;2 Zoll) begründet offenbar eine der höchsten Formen der Myopie, indem das Auge nur jene Objecte deutlich zu sehen vermag, welche 2 Zoll vor dem Scheitel seiner Cornea stehen.

Fig. 6.



b) Krümmungshyperopie *KH* (Fig. 6).

Wenn ein Auge von normaler Axenlänge $A = 22{,}5$ und normalem Totalindex $^3/_2$ einen grösseren Krümmungsradius r als 7,5, beispielsweise jenen von 9 m/m hat, dann berechnet sich

die vordere Brennweite $\varphi_1\, a = F_1 = \frac{r}{n - 1} = \frac{9}{0{,}5} = 18$

die hintere Brennweite $a\, \varphi_2 = F_2 = F_1 + r = 18 + 9 = 27$

das Brennweitenproduct $F_1\, F_2 = 18 \times 27 = 486$.

die Brennbildweite $l_2 = A - F_2 = 22{,}5 - 27 = -4{,}5$

die Brennobjectferne $l_1 = \varphi_1\,o = \frac{F_1\,F_2}{l_2} = \frac{486}{-4{,}5} = -108$

die Objectferne $f_1 = ao = l_1 + F_1$, und da l_1 negativ ist, wird $ao = F_1 - l_1 = 18 - 108 = -90$.

Ein paralleles, die Cornea treffendes Lichtbündel würde sich in φ_2, also 4,5 hinter der Netzhaut R vereinigen. Soll der Vereinigungspunct der Stralen durch die Brechung der Cornea auf die Netzhaut fallen, dann muss das Object o gleichsam hinter die Cornea rücken, also negativ werden, d. h. es müssten convergirende Lichtstrahlen auf die Cornea auffallen, deren scheinbarer Ausgangspunct sich in o hinter der Cornea befindet. Dieser Punct o müsste für den Radius der Cornea von 9 m/m in $o\varphi_1 = 108$ m/m hinter dem vorderen Brennpuncte und in $oa = 90$ m/m hinter der Cornea seine Lage haben.

Dieses Auge ist also übersichtig, hyperopisch, indem sein Fernpunct sich nicht in ∞, sondern in überunendlicher Ferne befindet, demnach negativ endlich ist.

Bezeichnen wir nun die Hyperopie nach Centimetern des Fernpunctes, so hat für den Fall, wo der Radius $r = 9$ ist, die Hyperopie den Grad von 9 Centimetern, wir haben eine Hyperopie *H 9*; und da es eine Krümmungshyperopie ist, *KH 9*.

Wenn man die Grundformel zur Berechnung des Grades der Hyperopie heranzieht, so ist für den Radius von 9 m/m bei unveränderter Axenlänge und Index

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{22{,}5} = \frac{1}{9}$$

daher $$\frac{1}{f_1} = \frac{-4{,}5}{405} \text{ also } f_1 = -90 \text{ m/m}.$$

Der Abstand des Knotenpunctes von der Netzhaut $k\,R$ ist im krümmungshyperopischen Auge, wo $r = 9$ ist, offenbar

$A - r = 22{,}5 - 9 = 13{,}5$, während er im normalen Auge 15 beträgt. Der Knotenpunct liegt also der Netzhaut um 1,5 näher.

Eine Krümmungshyperopie von 9 ᵐ/ₘ (3,3 Zoll) begründet einen hohen Grad von *H*, welcher nur selten vorkommt. Es ist jedoch der durch Cataractoperation entstehende Linsenmangel (Aphakie) einer Krümmungshyperopie äquivalent, welche in der Regel um den Grad von *H* 9 steht.

21. Indexfehler des Auges.

Man berechnet diese Fehler, ähnlich den Krümmungsanomalien, am besten mit Hilfe der Gleichung für die vordere Brennweite $F_1 = \frac{r}{n - 1}$. Es kann das Brechungsvermögen n offenbar zunehmen oder abnehmen, während der Radius und die Axenlänge unverändert bleiben. Eine Zunahme des Brechungsvermögens bedingt Myopie, eine Abnahme Hyperopie.

Lassen wir den Index von $1{,}333 = {}^4/_3$ bis zu 1,625 zunehmen, während der Radius unverändert 7,5 und die Axenlänge 22,5 bleibt, und berechnen wir für acht Fälle den Werth der Brennweiten, ihres Productes, sowie die Brennobjectferne und Brennbildweite, ferner den Grad der zu Stande kommenden Myopie oder Hyperopie, so ist

n	F_1	F_2	$F_1 F_2$	l_2	l_1	f_1		
1,333	22,5	30	675	— 7,5	— 90	— 67,5	Hyperopie	6,7
1,416	18	25,5	459	— 3	— 153	— 135	„	13,5
1,441	17	24,5	416	— 2	— 208	— 191	„	19,1
1,468	16	23,5	376	— 1	— 376	— 360	„	36
1,5	15	22,5	337,5	0	∞	∞	Emmetropie	
1,535	14	21,5	301	1	301	315	Myopie	31,5
1,553	13	20,5	266,5	2	133,2	146,2	„	14,6
1,625	12	19,5	234	3	78	90	„	9

Auch diese Tabelle erheischt eine Erläuterung.

a) Indexmyopie *IM.* (Fig. 5.)

Wenn das Auge von normaler Axenlänge $A = 22,5$ und normalem Krümmungsradius $r = 7,5$ eine Erhöhung des Brechungsvermögens von 1,5 beispielsweise auf 1,625 erfährt, so berechnet sich:

die vordere Brennweite $F_1 = \frac{r}{n - 1} = \frac{7,5}{0,625} = 12$

die hintere Brennweite $F_2 = F_1 + r = 12 + 7,5 = 19,5$

das Brennweitenproduct $F_1 F_2 = 12 \times 19,5 = 234$

die Brennbildweite $l_2 = A - F_2 = 22,5 - 19,5 = 3$

die Brennobjectferne $l_1 = \frac{F_1 F_2}{l_2} = \frac{234}{3} = 78$

die Objectferne $f_1 = l_1 + F_1 = 78 + 12 = 90.$

Ein paralleles, die Cornea treffendes Lichtbündel wird sich also in φ_2 somit 3 m/m vor der Netzhaut vereinigen. Soll der Vereinigungspunct auf die Netzhaut fallen, dann muss das Object o sich dem vorderen Brennpuncte φ_1 auf 78 m/m und dem Scheitel der Cornea a auf 90 m/m nähern.

Dieses Auge ist also kurzsichtig, myopisch, indem sein Fernpunct nicht in ∞, sondern in 9 Centimeter Entfernung (3,3 Zoll) von dem Auge liegt. Bezeichnen wir wieder die Myopie nach Centimetern des Fernpunctes, so haben wir für den Fall, wo der Index = 1,625 ist, eine Myopie = *M* 9, und da es eine Index-Myopie ist, *IM* 9.

Zieht man die Grundformel zur Berechnung dieses Grades von *IM* heran, so ist für den Index n von 1,625 bei unveränderter Axenlänge A und Radius

$$\frac{1}{f_1} + \frac{n}{A} = \frac{n - 1}{r} \text{ also } \frac{1}{f} + \frac{1,625}{22,5} = \frac{0,625}{7,5}$$

daher $$\frac{1}{f} = \frac{1,875}{168,75} \text{ und } f_1 = 90.$$

Der Abstand des Krümmungsmittelpunctes $k\,R$ von der Netzhaut ist nicht verändert. Aber wir haben eine Myopie von

9 $^{\text{c}}/_{\text{m}}$ und es kann der Indexmyopie offenbar auch ein equivalenter Grad von Krümmungsmyopie substituirt werden.

Wir finden die äquivalente Krümmungsmyopie in der Grundgleichung. Suchen wir nemlich bei unveränderter Axenlänge und Index für den Fernpunct $f_1 = 90$ den zugehörigen Radius r, so ist

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{A} = \frac{1}{r} \text{ also } \frac{2}{90} + \frac{3}{22,5} = \frac{1}{r} \text{ woraus sich}$$

$$r = 6,4285 \text{ ergibt.}$$

Es ist also eine Abnahme des Radius von 7,5 auf 6,4285 einer Zunahme des Index von 1,5 auf 1,625 äquivalent, und daher gleichsam auch bei *IM* 9 eine Verschiebung des Knotenpunctes von 15 auf $15 + (7,5 - 6,4285) = 16,0715$ gegeben.

b) Indexhyperopie *IH.* (Fig. 6.)

Wenn ein Auge von normaler Axenlänge $A = 22,5$ und Radius $r = 7,5$ eine Abnahme des Brechungsvermögens, z. B. von 1,5 auf 1,33 (also von $^3/_2$ auf $^4/_3$) erfährt, dann berechnet sich

die vordere Brennweite $F_1 = \dfrac{r}{n - 1} = \dfrac{7,5}{0,33} = 22,5$

die hintere „ $F_2 = F_1 + r = 22,5 + 7,5 = 30$

das Brennweitenproduct $F_1 \, F_2 = 675$

die Brennbildweite $l_2 = A - F_2 = 22,5 - 30 = -7,5$

die Brennobjectferne $l_1 = \dfrac{F_1 \, F_2}{l_2} = \dfrac{675}{-7,5} = -90$

die Objectferne $f_1 = l_1 + F_1$ und da l_1 negativ ist, wird $f_1 = F_1 - l_1 = 22,5 - 90 = -67,5$.

Ein paralleles, die Cornea treffendes Lichtbüschel würde sich in φ_2 also 7,5 hinter der Netzhaut vereinigen. Soll der Vereinigungspunct der Stralen auf die Netzhaut fallen, dann müsste das Object o gleichsam hinter die Cornea rücken, negativ werden, d. h. es müssten convergirende Stralen auf die Cor-

nea auffallen, deren scheinbarer Vereinigungspunct sich in o hinter der Cornea befindet. Dieser Punct müsste für den Index von $^4/_3$ in $o\varphi_1 = 90$ m/m hinter dem vorderen Brennpuncte und in $oa = 67{,}5$ hinter der Cornea liegen.

Dieses Auge ist also übersichtig, hyperopisch, indem sein Fernpunct nicht in ∞, sondern in negativ endlicher Ferne liegt.

Bezeichnet man wieder die Hyperopie nach Centimetern des Fernpunctes, so ist für den obigen speciellen Fall, wo $f_1 = 6{,}75$ c/m beträgt, die Hyperopie durch $H\,6{,}7$ ausgedrückt, und da es eine Indexhyperopie ist: $IH\;6{,}7$. Zieht man die Grundformel zur Berechnung des Grades der Indexhyperopie heran, so ist z. B. für den Index von $^4/_3$ bei unveränderter Axe von 22,5 und Radius von 7,5

$$\frac{3}{f_1} + \frac{4}{22{,}5} = \frac{1}{7{,}5} \text{ also } \frac{1}{f_1} = -\frac{7{,}5}{506{,}25} \text{ und } f_1 = -67{,}5.$$

Der Abstand des Krümmungsmittelpunctes k von der Netzhaut ist auch hier wie bei KM unverändert. Aber wir haben eine $H\;6{,}75$ und es kann daher hiefür auch ein äquivalenter Grad von Krümmungshyperopie substituirt werden, um die Aenderung der Knotenpunctslage zu eruiren.

Wir finden die äquivalente KH in der Grundgleichung. Suchen wir nemlich für die unveränderte Axenlänge und den unveränderten Index, sowie für den Fernpunct von $-67{,}5$ m/m den zugehörigen Radius, so ist

$$\frac{2}{-67{,}5} + \frac{3}{22{,}5} = \frac{1}{r} \text{ also } r = 9{,}642.$$

Es ist also eine Zunahme des Radius von 7,5 auf 9,642 einer Abnahme des Index von $^3/_2$ auf $^4/_3$ äquivalent, und daher bei obiger $IH\;6{,}75$ eine Verschiebung des Knotenpunctes von 15 auf $15 - (9{,}642 - 7{,}5) = 12{,}858$, also eine Annäherung desselben an die Netzhaut um 2,142 m/m gegeben.

Es geht aus den voranstehenden Erörterungen hervor, dass das Auge in seiner Refraction gegen Indexfehler sehr

empfindlich ist, und zwar empfindlicher als gegen Krümmungsfehler. Die Eruirung von Fehlern des Brechungsvermögens bietet in der Praxis allerdings grosse Schwierigkeiten. Das Auge besitzt mehrere Medien von differentem Index, und jedes derselben zeigt schon im physiologischen Zustande Schwankungen des Brechungsvermögens. So hat Chossat den Mittelwerth von n für den humor aqueus mit 1,338, Brewster mit 1,3366, W. Krause mit 1,342, Helmholtz mit 1,3365 bestimmt, und noch viel mehr weichen die Bestimmungen der einzelnen Schichten der Linse ab. Bei Betrachtung eines Totalindex des Auges kommt aber auch die Krümmung der Linse in Rechnung, und es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass auch diese manche physiologische Schwankungen darbiete, und dass die Annahme des Krümmungsradius der vorderen Kapsel von 10 und der hinteren von 6 m/m ziemlich willkührlich ist. Aenderungen der Krümmung der Linse influiren entschieden auf den Totalindex des Auges, indem hiebei die Corneakrümmung und die Axenlänge unverändert bleiben können. Daher besteht im Grunde die Wirkung der Accommodation in einer temporären Indexänderung, für welche freilich die äquivalente Krümmungsänderung gesetzt werden kann. Ebenso ist auch Aphakie im Gegensatze zu Krümmungs- und Axenfehlern, eine Indexhyperopie.

22. Die Axenfehler des Auges.

Wenn im Auge der Index $n = 3/2$ und der Krümmungsradius $r = 7{,}5$ unverändert bleiben, so ändern sich auch die Brennweiten nicht. Sobald aber die Axenlänge A entweder zu- oder abnimmt, fällt der hintere Brennpunct φ_2 nicht mehr mit der Netzhaut zusammen, und es muss sich für parallel auf die Cornea fallende Stralen im ersten Falle Axen-Myopie, im zweiten Axen-Hyperopie entwickeln.

Nehmen wir an, dass die Axenlänge A des Auges von 15 bis 30 m/m zunehme, während der Index $= 3/2$ und der Ra-

dius = 7,5 normal bleibt, die vordere Brennweite daher $F_1 = 15$ und die hintere $F_2 = 22,5$, das Brennweitenproduct $F_1 F_2 = 337,5$ bleibt, so ergibt sich folgende Tabelle:

A	l_2	l_1	f_1		
15	— 7,5	— 45	— 30	Hyperopie	3
17,5	— 5	— 67,5	— 52,5	„	5,25
19,5	— 3	— 112,5	— 97,5	„	9,75
20,5	— 2	— 168,7	— 153,7	„	15,3
21,5	— 1	— 337,5	— 322,5	„	32,2
22	— 0,5	— 675	— 660	„	66,0
22,5	0	∞	∞	Emmetropie	
23	0,5	675	690	Myopie	69
23,5	1	337,5	352,5	„	35,2
24,5	2	168,7	183,7	„	18,3
25,5	3	112,5	127,5	„	12,75
27,5	5	67,5	72,5	„	7,25
30	7,5	45.	60	„	6.

a) Axenmyopie *AM.* (Fig. 5.)

Wenn das Auge bei normalem Index, Radius und normalen Brennweiten eine Axenverlängerung l_2 z. B. von 7,5 mm, wie in der letzten Zeile obiger Tabelle ersichtlich, erfährt, so ist die Axenlänge $A = 22,5 + 7,5 = 30$

die Brennbildweite $l_2 = A - F_2 = 30 - 22,5 = 7,5$

die Brennobjectferne $l_1 = \frac{F_1 F_2}{l_2} = \frac{337,5}{7,5} = 45$

die Objectferne $f_1 = l_1 + F_1 = 60$.

Ein paralleles, die Cornea treffendes Lichtbündel muss sich also in φ_2, somit 7,5 mm vor der Netzhaut vereinigen. Soll der Vereinigungspunct der Lichtstralen auf die Netzhaut fallen, dann muss das leuchtende Object o sich dem vorderen Brennpuncte φ_1 auf 45 mm, und der Cornea a auf 60 mm nähern. Es muss also $o\varphi = l_1 = 45$ und $oa = f_1 = 60$ sein, was in der letzten Zeile unserer Tabelle nachgewiesen erscheint.

Bezeichnet man nun die Myopie nach Centimetern des Fernpunctes, so haben wir eine Axenmyopie *AM* 6.

Wird die Grundformel zur Berechnung des Grades der Axenmyopie herangezogen, so ist für eine Axenlänge $A = 30$ m/m bei unverändertem Index und Radius

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{30} = \frac{1}{7,5} \text{ also } \frac{1}{f} = \frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{1}{60}$$

daher $f_1 = 60$.

Der Abstand des Knotenpunctes $k\,R$ von der Netzhaut ist in diesem Auge $30 - 7,5 = 22,5$, während er im normalen Auge 15 beträgt. Er ist also von der Netzhaut um 7,5 abgerückt.

Eine reine Axenmyopie von 6 Centimetern (2,2 Zoll) gehört gleich der Krümmungsmyopie desselben Grades zu den seltensten Fällen, kommt aber doch ausnahmsweise vor.

Offenbar kann jedoch jede Axenmyopie durch Zunahme des Krümmungsradius der Cornea, durch Abflachung derselben theilweise oder vollständig compensirt werden. Soll in einem Auge von 30 m/m Axenlänge eine vollständige Compensation stattfinden, demnach dasselbe für $f_1 = \infty$ eingestellt werden, so berechnet sich der compensirende Radius

$$\frac{2}{\infty} + \frac{3}{30} = \frac{1}{r} \text{ also } r = 10 \text{ m/m}.$$

Es ist also eine Zunahme des Radius von 7,5 auf 10 m/m, demnach um 2,5 hinreichend, um eine Axenmyopie von 6 c/m vollständig zu corrigiren.

Der Brechwerth des Auges ist bei Axenmyopie unverändert $= 1/15$ geblieben. Fragen wir daher, welche Aenderung des Brechwerthes gefordert werde, damit das Auge in ein emmetropisch functionirendes umgewandelt erscheine, so ist in obiger Gleichung

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{30} = \frac{1}{7,5} \text{ daher auch } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{20} = \frac{1}{15}$$

und $$\frac{1}{20} = \frac{1}{15} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60}$$

Das heisst: Der Brechwerth des axenmyopischen Auges von *AM 6*, welcher $1/_{15}$ beträgt, muss auf $1/_{20}$ sinken, damit dasselbe emmetropisch functioniren könne, und diess geschieht, wenn sein Brechwerth $1/_{15}$ um den Brechwerth $\frac{1}{f_1} = 1/_{60}$ vermindert wird, was, nebenbei gesagt, durch eine Zerstreuungslinse vom Brechwerthe $1/_{60}$ geschehen kann.

Die Axenmyopie unterscheidet sich von der Krümmungsmyopie dadurch, dass bei *AM* der normal gebliebene Brechwerth $\left(\text{durch eine Zerstreuungslinse } \frac{1}{f_1}\right)$ um den Brechwerth $\frac{1}{f_1}$ vermindert werden muss, damit das Auge normal functionire. Dagegen muss bei Krümmungsmyopie und ebenso bei Indexmyopie der pathologisch erhöhte Brechwerth $\left(\text{durch eine Zerstreuungslinse } \frac{1}{f_1}\right)$ bis auf den normalen vermindert werden, damit emmetropische Function eintrete.

b) Axenhyperopie *AH*. (Fig. 6.)

Wenn das Auge bei normalem Index, Radius und unveränderten Brennweiten eine Axenverkürzung l_2 z. B. von 7,5, wie in der ersten Zeile obiger Tabelle ersichtlich, erfährt, so ist die

Axenlänge $A = 22{,}5 - 7{,}5 = 15$

die Brennbildweite $l_2 = A - F_2 = 15 - 22{,}5 = -7{,}5$

die Brennobjectferne $l_1 = \frac{F_1 F_2}{l_2} = -\frac{337{,}5}{7{,}5} = -45$

die Objectferne $f_1 = F_1 - l_1 = 15 - 45 = -30.$

Ein paralleles, die Cornea treffendes Lichtbündel muss in φ_2 also 7,5 hinter der Netzhaut vereinigt werden. Soll der Vereinigungspunct in die Netzhaut fallen, dann müsste das leuch-

tende Object gleichsam nach o hinter die Netzhaut rücken, negativ werden, d. h. es müssten convergirende Stralen auf die Cornea gelangen, deren scheinbarer Ausgangspunct sich in o befindet. Dieser Punct o müsste für eine Axenhyperopie von 3 c/m in $o\varphi_1 = l_1 = 45$ m/m hinter dem vorderen Brennpuncte und in $oa = f_1 = 30$ m/m Entfernung hinter dem Scheitel der Cornea sein.

Bezeichnet man nun die Hyperopie nach Centimetern des Fernpunctes, so haben wir eine Axenhyperopie *AH 3*.

Wird die Grundformel zur Berechnung des Grades der *AH* herangezogen, so ist für eine Axenlänge $A = 15$ m/m bei unverändertem Index und Radius

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{15} = \frac{1}{7{,}5} \text{ also } \frac{1}{f_1} = \frac{1}{15} - \frac{1}{10}$$

daher $f_1 = -30$.

Der Abstand des Knotenpunctes *k R* von der Netzhaut ist in diesem Auge 15—7,5 = 7,5, während er im normalen Auge 15 beträgt, er ist daher der Netzhaut um 7,5 genähert.

Eine reine Axenhyperopie von 3 Cm. (1,1 Zoll) kommt nicht wohl vor, und es ist dieser hohe extreme Grad hier nur im Vergleich zu der analogen Axenmyopie aufgeführt worden.

Jede *AH* kann durch Abnahme des Krümmungsradius der Cornea, also durch Zunahme der Wölbung derselben theilweise oder vollständig compensirt werden. Sollte in einem *AH* Auge von 15 m/m Axenlänge eine vollständige Compensation durch den Cornealradius, demnach dessen Einstellung für eine Objectferne $f_1 = \infty$ ermöglicht werden, so berechnet man den compensirenden Radius r in der Grundgleichung

$$\frac{2}{\infty} + \frac{3}{15} = \frac{1}{r} \text{ also } r = 5.$$

Es ist also eine Abnahme des Radius von 7,5 auf 5, demnach um 2,5 m/m hinreichend, um die excessive *AH 3* vollständig zu corrigiren.

Da der Brechwerth des Auges bei allen Formen reiner *AH* unverändert = $^1/_{15}$ geblieben ist, erhebt sich die Frage, welche Aenderung des Brechwerthes gefordert werde, damit ein solches Auge emmetropisch functioniren könne, und diese Frage wird abermals durch die Grundgleichung beantwortet. Es ist z. B. für ein Auge von 15 $^m/_m$ Axenlänge

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{15} = \frac{1}{7{,}5}, \text{ daher auch } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$$

und $\frac{1}{10} = \frac{1}{15} - \frac{1}{f_1}$

da nun $f_1 = -30$, so ist

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30}$$

Das heisst: Der Brechwerth der *AH 3*, welcher $^1/_{15}$ beträgt, muss auf $^1/_{10}$ erhöht werden, damit dasselbe emmetropisch functioniren könne, und diess geschieht, wenn sein Brechwerth $^1/_{15}$ um den Brechwerth $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{30}$ erhöht wird, was, nebenbei gesagt, durch eine Sammellinse erreicht werden kann.

Die *AH* unterscheidet sich von der Krümmungshyperopie dadurch, dass bei *AH* der normal gebliebene Brechwerth $\left(\text{durch eine Sammellinse } \frac{1}{f_1}\right)$ um den Brechwerth $\frac{1}{f_1}$ erhöht werden muss, damit Neutralisation der *H* eintrete, während bei *KH* und ebenso bei *IH* der pathologisch verminderte Brechwerth $\left(\text{durch ein Sammelglas } \frac{1}{f_1}\right)$ bis auf den normalen erhöht werden muss, um emmetropische Leistung zu erreichen.

Wenn man in obiger Tabelle die gleichen Grade von Axenverlängerung und Verkürzung mit einander vergleicht, so ergibt sich, dass bei denselben nicht gleiche Grade von *AM* und *AH* vorkommen, sondern die *AH* ist immer bedeutender

als die *AM*, und zwar beträgt die Differenz constant 3 %m, das ist die doppelte vordere Brennweite. Im Uebrigen zeigt sich auch bei Vergleichung der drei Tabellen, welche im Vorhergehenden für Krümmungs-, Index- und Axenfehler aufgestellt wurden, dass bei gleichem Werthe der Brennbildweite l_2, das ist bei gleichem Werthe der relativen Axenverlängerung oder Verkürzung sich nicht unerhebliche Differenzen der zu Stande kommenden Myopie und Hyperopie ergeben.

So wird z. B. für den Werth von $l_2 = \pm 3$

IM 9 *KM* 9,7 *AM* 12,75

IH 13 *KH* 12,7 *AH* 9,75.

Während also das Auge allgemein bei Index- und Krümmungsfehlern höhere Grade von Myopie erfährt, als bei Axenfehlern, ist das Umgekehrte bezüglich der Hyperopie der Fall.

23. Die Accommodation.

Es lässt sich aus der Grundgleichung des Auges entnehmen, dass, wenn bei wechselnder Objectferne f_1, die Bildweite f_2 constant bleiben, d. h. das Bild der Objecte immer auf die Netzhaut fallen soll, diess nur dann möglich ist, wenn sich für jeden Wechsel der Objectferne auch der Brechwerth des Auges ändert; und zwar muss der Brechwerth immer mehr erhöht werden, je näher die Objecte an das Auge heranrücken. Diese temporäre Aenderung des Brechwerthes, die Einleitung einer temporären Myopie, wird als willkürliche Accommodation bezeichnet, und kann auf eine Aenderung des Krümmungsradius zurückgeführt werden. Freilich ändert sich hiebei der Radius der Cornea eigentlich nicht, sondern es ändern sich die Radien der Linse, und mit dieser Curvenänderung geht demnach im Grunde eine solche des Totalindex des Auges einher. Aber für diese ist, wie oben gezeigt wurde, jene des Radius äquivalent, so dass man die Gleichung für die Accommodation des mittleren Auges folgend ansetzen kann:

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{22,5} = \frac{1}{r}$$

Es hängt somit der Werth des Radius r bei constantem Index von $^3/_2$ und constanter Axenlänge von 22,5 allein von der Objectferne f_1 ab. Dividirt man die Gleichung durch 2, so ist $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{15} = \frac{1}{2\,r}$.

Es ist also behufs der Accommodation die Summe der reciproken Werthe von Objectferne und vordere Brennweite immer gleich dem reciproken Werthe des doppelten Radius, oder gleich dem jedesmaligen Brechwerthe oder:

Um sich für verschiedene Fernen zu accommodiren, muss das Auge seine Brechkraft von $^1/_{15}$ gleichsam um die Brechkraft einer Sammellinse erhöhen, deren Brennweite der Objectferne gleichkommt.

Wenn z. B. die Objectferne f_1 = 100 m/m ist, so ist

$$\frac{1}{100} + \frac{1}{15} = \frac{1}{13,04}$$

Die Erhöhung der Brechkraft von $\frac{1}{15}$ auf $\frac{1}{13}$ geschieht also dadurch, dass sich das Auge gleichsam eine Sammellinse $\frac{1}{100}$ zulegt, indem sich der Radius, da $\frac{1}{13,04} = \frac{1}{2\,r}$ ist, von 7,5 auf $\frac{13,04}{2}$ = 6,52 verkürzt.

Wir sehen sofort, dass mit Erhöhung der Brechkraft, welche einer Verkürzung des Radius äquivalent ist, auch eine Verschiebung des Knotenpunctes nach vorn um mehr als 1 m/m einhergeht.

Grenzen der Accommodation. Die Erhöhung des Brechwerthes des Auges durch die Accommodation muss offen-

bar eine endliche Grenze haben, sie kann nicht bis in's Unendliche fortgehen; denn die Linse ist ein physischer elastischer Körper, und ihre Krümmungsradien können nicht so weit abnehmen, dass sie schliesslich gleich Null würden. Desshalb muss auch die Abnahme der Objectferne f_1 behufs der Accommodation eine Grenze vor dem Auge haben, und kann niemals f_1 gleich Null werden, d. h. bis an den Cornealscheitel heranrücken. Anders ist diess bezüglich der Muskelthätigkeit, durch welche jene Aenderung des Brechwerthes beschafft wird. Diese kann von Null bis ∞ als steigend aufgefasst werden, und muss daher ihr Maximum (∞) erreichen, noch ehe $f_1 = o$ wird. Die musculare Thätigkeit steht also nicht im umgekehrten Verhältnisse zur Objectferne f_1, sondern in jenem zur Brennobjectferne l_1, und der Brechwerth des Auges ist bei Beginn der Accommodation niemals $= o$, sondern hat bereits den Werth von $^1/_{15}$, was dem reciproken Werthe der vorderen Brennweite entspricht.

Wir sind daher voll berechtigt, ja genöthigt, die ideelle Grenze der Accommodation im vorderen Brennpunct anzunehmen, das heisst: die Muskelanstrengung wird ein Maximum (∞), sobald das Object bis in den vorderen Brennpunkt $F_1 = 15$ heranrückt. Es ist dann auch die Brennobjectferne $l_1 = o$ und der Brechwerth wird

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{1}{7{,}5}$$

Die stärkste Linse, welche sich das mittlere Auge behufs der Accommodation zulegen kann, ist jene, deren Brechwerth dem Brechwerthe des ruhenden Auges von $^1/_{15}$ gleichkommt, und der kleinste äquivalente Krümmungsradius, welchen das Auge annehmen kann, beträgt die Hälfte des ursprünglichen $\frac{7{,}5}{2} = 3{,}75$.

Der theoretische Ausdruck für die Accommodationsquote Aq ist somit entschieden in der Brennpunctsgleichung $F_1 F_2 = l_1 l_2$ zu suchen, und es ist

$$Aq = \frac{F_1}{l_1} = \frac{l_2}{F_2}$$

Sonach wird die Accommodationsquote

$Aq = o$ wenn $l_1 = \infty$, denn es ist $\frac{15}{\infty} = o$

„ I „ $l_1 = 15$ „ $\frac{15}{15} = 1$

„ ∞ „ $l_1 = o$ „ $\frac{15}{o} = \infty$.

Die Accommodationsquote steht daher auch in directer Relation zur Grösse des Bildes, denn es ist, wenn β die Grösse des Objectes und β_1 die Grösse des Bildes bezeichnet (nach 15).

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{F_1}{l_1}, \text{ daher auch } Aq = \frac{\beta_1}{\beta}.$$

A c c o m m o d a t i o n s e i n h e i t. Das Mass oder Modul, die Einheit der Accommodation ist nach dem Voranstehenden die vordere Brennweite $F_1 = 15$. Die Accommodation A

$$A = \frac{l_1}{F_1}.$$

Früher galt die Zolllinse von $27^{m}/_{m}$ als Accommodationseinheit, und wurde zugleich die Accommodationsgrenze im Knotenpuncte angenommen. Es war daher die Accommodationsquote $Aq = \frac{27}{f_1 + r}$ während sie nach unserer Annahme $\frac{15}{l_1}$ ist. In unserem mittleren Auge wird nach der älteren Annahme $Aq = 1$, wenn $f_1 = 19{,}5$ und $Aq = \infty$, wenn $f_1 = -7{,}5$. Daraus geht mit Bestimmtheit hervor, dass es nicht zulässig sei, den Knotenpunct als Accommodationsgrenze zu wählen, weil im emmetropischen Auge die Accommodation niemals einen positiven

Werth behalten kann, wenn die Objectferne f_1 negativ wird. Für diesen Fall müsste ja das Auge als brechendes System nicht nur verschwinden, sondern sogar negativ werden. Es geht aber ebenso wenig an, den Hauptpunct als Accommodationsgrenze zu wählen. Denn es müsste sodann die Accommodation ihr Maximum erreichen, wenn $f_1 = o$ wird. Das Auge müsste also seine Brechkraft bis zu dem Grade steigern können, dass es als brechendes System gleich Null, demnach verschwinden würde. Diess ist physisch unmöglich, und daher ebenso ein physiologischer Widerspruch, als die Annahme der Accommodationsgrenze im Knotenpunct.

Das Auge ist eben bei feststehendem Bau unter normalen Verhältnissen an positive Werthe der Objectferne und Bildweite gebunden, und negative Werthe können hier nicht gelten. Desshalb kann auch die Accommodation nicht durch eine negative Objectferne, welche es thatsächlich nicht gibt, und ebenso wenig durch eine negative Bildweite angeregt werden, welche Letztere sich ergeben würde, wenn das Object sich innerhalb der vorderen Brennweite befindet. Es sind nur die positiven Strecken der conjugirten Vereinigungsweiten $f_1 - F_1 = l_1$ und $f_2 - F_2 = l_2$, also die Brennobjectferne und Brennbildweite hier massgebend, und bilden das Bereich der Accommodation, und es ist daher auch die Brennweitengleichung $F_1 F_2 = l_1 l_2$ die allgemeine Asymptotengleichung für die gleichseitige Hyperbel, welche man als graphischen Ausdruck für die Accommodation discutiren kann.

Hier folgt eine Tabelle über die Werthe der Accommodationsquoten, welche verschiedenen Werthen der Objectferne f_1 in Millimetern entsprechen, mit gleichzeitiger Anführung des Brechwerthes B und des äquivalenten Krümmungsradius r, welche das mittlere Auge hiebei annimmt.

f_1	Aq	B	r
∞	0	$\frac{1}{15}$	7,5
10000	$\frac{1}{666}$	$\frac{1}{14,775}$	7,48
1000	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{14,778}$	7,38
352,5	$\frac{1}{22,5}$	$\frac{1}{14,3}$	7,15
165	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{13,75}$	6,87
105	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{13,1}$	6,5
90	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{12,8}$	6,4
75	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12,5}$	6,25
60	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	6
45	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{11,25}$	5,62
30	1	$\frac{1}{10}$	5
15	∞	$\frac{1}{7,5}$	3,75

Refractorischer und accommodativer Nahpunct, Fernpunct.

Die Entfernung des fernsten Punctes, welchen das Auge deutlich wahrnimmt, vom Scheitel der Cornea, das ist vom Hauptpuncte des mittleren Auges, heisst Fernpunctsweite, und der fernste Punct selbst Fernpunct. Ebenso heisst die Entfernung des nächsten Punctes, welchen das Auge deutlich wahr-

zunehmen vermag, vom Cornealscheitel, Nahpunctsweite und der betreffende Punct Nahpunct.

Es wird gewöhnlich angenommen, dass sich im Fernpuncte die Accommodation in Ruhe befinde, von da an aber bis zum Nahpuncte das Gebiet ihrer Thätigkeit liege, und dass dieselbe im Nahpuncte den höchsten Grad ihrer individuellen Entwicklung erreiche. Diess ist jedoch nicht ganz richtig, denn für ein emmetropisches Auge ergibt sich das Bedürfniss der Accommodation erst dann, wenn ein Object bis auf beiläufig 10 Meter sich dem Auge nähert. Von ∞ bis 10 Meter ist das Auge im Stande, ohne Anspruchnahme der Accommodation deutlich zu sehen. Desshalb habe ich bereits früher («Die Grenzen der Accommodation.» Prag 1875. p. 24 ff.) urgirt, die refractorische und accommodative Leistung in Bezug auf Nah- und Fernpunct strenger als bisher auseinanderzuhalten. Der refractorische Fernpunct des Emmetropen liegt in ∞ und der refractorische Nahpunct kann mit 10 $^m/$ angenommen werden. Der refractorische Nahpunct ist zugleich der accommodative Fernpunct, weil das Bedürfniss der Accommodation erst in der Entfernung von 10 $^m/$ beginnt. Für die theoretische Betrachtung der Accommodation reicht es allerdings hin, den Beginn derselben, den accommodativen Fernpunct in ∞ anstatt in 10 $^m/$ anzunehmen, weil der Fehler bei Berechnung derselben denn doch nicht erheblich ist und nur $^1/_{666}$ beträgt. Aber für die Auffassung der Veränderungen der Accommodation, namentlich bei Hyperopie, der accommodativen Asthenopie und Accommodationslähmung ist der Unterschied nicht gleichgiltig. Der refractorische Fernpunct kann offenbar negativ werden, und gleichsam weit über ∞ herausrücken, während der accommodative Fernpunct immer noch einen endlichen Werth behält, und ferne Objecte ohne Ansprucknahme der Accommodation deutlich gesehen werden können, die Accommodation daher für die Betrachtung wechselnder endlicher Fernen nicht in Anspruch genommen werden muss. Nimmt

man an, dass die Accommodation in einer Objectferne $f_1 = \infty$ bereits ihren Anfangspunct hat, dann müsste bei completer Accommodationslähmung eines Emmetropen der Nahpunct bis an den Fernpunct nach ∞ hinausrücken, und das Auge könnte in keine endliche Ferne deutlich sehen. Fällt aber bei Accommodationsparalyse der Nahpunct mit dem refractorischen Nahpunct von beiläufig 10 ''/ zusammen, dann können solche Kranke Objecte von 10 ''/ Entfernung vollkommen scharf sehen, und auch in bedeutenderer Nähe leidet höchstens die Differenzirung kleinerer Objecte, Lesen und Schreiben wird nicht möglich sein. Diess findet auch im practischen Leben volle Bestätigung.

Accommodationsbreite. Die Differenz der Accommodationsquoten des Nah- und Fernpunctes heisst Accommodationsbreite $\frac{1}{A}$. Bezeichnen wir die Aq des Nahpunctes mit $\frac{1}{N}$ und jene des Fernpunctes mit $\frac{1}{R}$, so ist

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{N} - \frac{1}{F}$$

Für Emmetropie, wo $F = \infty$ ist, wird

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{N} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{N}$$

Hat also der Emmetrope z. B. den Nahpunct von 60 m/m, so ist

$$\frac{1}{A} = \frac{15}{60 - 15} - \frac{15}{\infty} = \frac{1}{3}$$

Für Myopie, wo F einen endlichen Werth hat, bleibt

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{N} - \frac{1}{F}$$

Hat also der Myope z. B. den Nahpunct von 60 und den Fernpunct von 120 m/m, so ist

$$\frac{1}{A} = \frac{15}{60 - 15} - \frac{15}{120 - 15} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{1}{5{,}2}$$

Für Hyperopie, wo F einen negativen Werth hat, und N positiv bleibt, wird

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{N} - \left(- \frac{1}{F}\right) = \frac{1}{N} + \frac{1}{F}$$

Hat also der Hyperope $N = 120$ und $F = - 240$, so ist

$$\frac{1}{A} = \frac{15}{120 - 15} + \frac{15}{240 - 15} = \frac{1}{7} + \frac{1}{15} = \frac{1}{4{,}8}$$

Presbyopie. Der ideelle Maximalwerth der Accommodation (∞) für eine Objectferne von 15 m/m wird, conform jeder Muskelwirkung, von keinem Menschen thatsächlich erreicht, denn er würde die bis zum Zerreissen des Muskels gespannte Thätigkeit bedeuten. Selbst jugendliche Individuen vermögen kaum $\frac{1}{2} = 50$ Procent, meist bloss $\frac{1}{3} = 33$ Procent der Accommodation aufzubringen, was einem Sinken des Krümmungsradius des mittleren Auges von 7,5 auf 6 m/m oder einer Abnahme der Brennweite der Linse von 50 auf 40 m/m gleichkommt. Mit zunehmendem Lebensalter, und bei mangelnder Uebung der Accommodation nimmt die Accommodationsbreite mit Entfernung des Nahpunctes vom Auge immer mehr ab, indem sich nicht allein die Accommodationsmuskelkraft immer mehr involvirt, sondern auch die Elasticität der Linse geringer wird. Höhere Grade verminderter Accommodationsbreite werden gewöhnlich mit dem Namen Presbyopie bezeichnet und man hat versucht, diesen Zustand ziffermässig festzustellen, indem man jene Individuen presbytisch nannte, deren Nahpunct über 8—10 Zoll abgerückt ist, so dass sie in der gewöhnlichen Seh- oder Leseweite nicht mehr deutlich sehen. Die Accommodationsbreite desjenigen Emmetropen, dessen Nahpunct in 10 Zoll (270 m/m) liegt, wäre $\frac{15}{270 - 15} = \frac{1}{17} = 6$ Procent. Insofern aber eigentlich Niemand jemals die volle Accommodation, das ist 100 pCt. aufzubringen vermag, sind im Grunde alle Menschen pres-

bytisch. Eine genaue ziffermässige Grenze für den Beginn der Störungen des Nahesehens durch Abrückung des Nahepunctes vom Auge lässt sich mit Rücksicht auf die mannigfachen Complicationen von refractorischen und accommodativen Anomalien nicht wohl fixiren. Die gewöhnliche Annahme der Grenze der Presbyopie für den Nahpunctswerth von 27 $^{c}/_{m}$ stellt sich daher als eine trügerische heraus. Denn es könnten sodann Myopen unter dem Grade von *M* 27 gar nicht presbytisch werden, und doch muss die Accommodationsbreite derselben ebenso sinken können, wie bei anderen Individuen. Gerade bei Myopie beobachtet man namentlich schon vom 40. Lebensjahre an sehr hohe Grade von Accommodationsbeschränkung. Ein Myop meiner Beobachtung hat an beiden Augen den Fernpunct von 19 $^{c}/_{m}$ und den Nahpunct 16,5. Dessen Accommodationsbreite beträgt demnach $\frac{1}{72}$ nahe, und sein Nahpunct wird bei Benützung einer concaven den Fernpunct neutralisirenden Brille auf etwas über einen Meter herausgerückt.

Der Ausfall an Accommodationsbreite, die hochgradige Presbyopie macht sich daher bei Benützung der passenden Fernbrille in der empfindlichsten Weise behufs des Nahesehens geltend, während doch dieses myopische Auge ohne Brille in 7 Zoll Entfernung ohne Anstand zu lesen vermag, und daher nach der gewöhnlichen Annahme nicht presbytisch wäre!

24. Die Grössenwerthe des Auges in ihren Beziehungen zur Accommodation und zu Refractionsfehlern.

Wir haben oben (18) gesehen, dass, wenn man von der Annahme des Totalindex menschlicher Augen von $^{3}/_{2}$ ausgeht, und die Thatsache berücksichtigt, dass die Hornhautkrümmung verschiedener emmetropischer Augen zwischen 7 und 8 $^{m}/_{m}$ schwankt, man zu den Grenzwerthen der optischen Axen von

21—24 m/m gelange. Hieraus ergeben sich nun offenbar emmetropische Augen von verschiedener Grösse, deren Quotient der Brennweiten $\frac{F_2}{F_1}$ zwischen $\frac{21}{14}$ und $\frac{24}{16}$ liegt, daher die optische Axe des kleinen Grenzauges, welches den Radius 7 besitzt, 21, und jene des grossen Grenzauges, dessen $r = 8$ ist, 24 m/m beträgt. Das Product der Brennweiten des kleinen Grenzauges ist 294 und jenes des grossen 384. Das Kleine hat einen Brechwerth $\frac{1}{14}$ und das Grosse $\frac{1}{16}$.

Es ist leicht einzusehen, dass zwar alle innerhalb der erwähnten Grenzen stehende Augen, trotz des verschiedenen Brechwerthes, als emmetropische functioniren, also für parallele Stralen (∞) eingestellt sind: aber für endliche Fernen, für divergente Stralen, muss jedes derselben verschiedene Erscheinungen darbieten.

Die Ansprüche an die Accommodation und an die stereoscopische Sehfunction wechseln je nach dem Brechwerthe der differenten emmetropischen Augen.

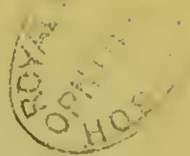
So wird das kleine Grenzauge von $\frac{21}{14}$ erst bei 140 c/m Entfernung eines Objectes, allgemein ausgedrückt, $\frac{14}{1400} = 1$ % der Accommodation aufwenden müssen, das grosse von $\frac{24}{16}$ aber bereits bei 160 cm. Entfernung. $\left(\text{Genauer ist das Verhältnis } \frac{1}{91} : \frac{1}{86}\right)$.

Die Anspruchnahme an die Accommodation ist also für das grosse emmetropische Auge erheblich bedeutender als für das kleine, und kleinere Augen müssen daher als physiolo-

gisch begünstigte angesehen werden, weil sie dieselbe Leistung mit geringerer Arbeit aufbringen.

Nun ist es eine unläugbare Thatsache, dass das Auge der Kinder und Frauen allgemein kleiner ist, als jenes der Männer, wenngleich nicht ausgeschlossen ist, dass in einzelnen Fällen auch ein grösseres Frauenauge und ein solches von herangewachseneren Kindern einem kleineren Auge erwachsener Männer gegenüberstehen kann. Diese Fälle alteriren jedoch das allgemeine Gesetz ebensowenig, als zu besorgen steht, dass Weiber und Kinder dem Manne buchstäblich über den Kopf wachsen werden.

Es liegen allerdings bisher nur spärliche genauere vergleichende Messungen der Augen von Kindern, Frauen und Männern vor, und diese sind nicht in der Richtung der angeregten Frage angestellt worden, sondern beziehen sich mehr nur auf Messungen der Cornealradien von Kindern im 9—16. Lebensjahre. Es müssten offenbar zunächst Augen von Neugeborenen und Kindern in den ersten Lebensjahren, sowie solche von Frauen in diesen Beziehungen gemessen werden. Woinow hat behauptet, dass sich die Cornealradien der Kinder von jenen der Erwachsenen nicht wesentlich unterscheiden, und der Unterschied mehr nur in dem geringeren Abstand der diaphanen Medien zu suchen sei. Aber dann müssten ja solche Augen wegen deren sehr geringen Axenlänge excessiv hyperopisch sein! Im Uebrigen hat er nur einen Emmetropen von 9 Jahren, und zwei kindliche Hyperopen, welche hier auszuschliessen sind, untersucht. Mauthner fand bei einem E. von 14 Jahren den Cornealradius 7,09 und bei einem von 16 Jahren einen solchen von 7,39, wodurch einigermassen bestätigt wird, dass die Radien mit den Lebensjahren zunehmen. Auch Reuss glaubt, dass die kleinsten Radien den jüngsten Individuen entsprechen, obgleich ihm nur eine Messung bei einem 12jährigen Mädchen vorlag. Er hält übrigens diese Frage für eine offene. Wenn nun auch, namentlich



bei Neonaten und jüngeren Kindern zahlreichere Messungen der Augen überhaupt noch fehlen, so braucht man doch nur nähe-rungsweise Messungen, namentlich bei Neugeborenen vorzunehmen, um die Ueberzeugung zu gewinnen, dass bei ihnen sowohl Cornealradien als Axenlängen entschieden kleiner sind, und allmälig mit dem Wachsthume zunehmen. Ich fand bei einem Neugeborenen die Axe 18 und den Cornealradius 6,06 und wir dürften überhaupt kaum fehlen, wenn wir den Mittelwerth des Cornealradius bei Neonaten mit 6, bei Frauen mit 7,25 und bei Männern mit 7,5 annehmen. Es wäre dann bei dem Totalindex von $^3/_2$ der Mittelwerth der optischen Axe für Neonaten 18, für Frauen 21,75 und für Männer 22,5.

Das Gesetz der Variabilität der optischen Constanten bei den verschiedenen Individuen, Alters- und Geschlechtsformen, ist geeignet, unsere Anschauungen in Betreff der Ametropie (Refractionsfehler) nicht unwesentlich zu beeinflussen, indem es lehrt, dass verschiedene, von den mittleren Werthen abweichende Constanten sich zu einem harmonischen physiologischen Resultate vereinigen können. Darauf wurde zum Theile bereits bei Erörterung der drei Arten von Refractionsfehlern hingedeutet. Es kann bei einem grossen Cornealradius und beträchtlicher Axenlänge Emmetropie vorkommen, weil die Anomalie des einen durch jene der anderen compensirt wird. Aber auch bei grossem Radius und kleiner Axe kann durch Erhöhung des Werthes des Index z. B. durch stärkere Linsenkrümmung, Compensation zu Emmetropie stattfinden. So ist es also erklärlich, dass ein grosser Cornealradius zwar allgemein zu Krümmungshyperopie führe, aber es kann in solchen Fällen selbst Axenmyopie vorkommen, wenn die Axe gleichzeitig übermässig verlängert ist.

Es wäre daher wünschenswerth, in jedem Falle von Ametropie nicht nur den Cornealradius, sondern auch die Axenlänge und den Totalindex zu kennen, ehe man sich darüber ausspricht, mit welcher Art von Refractionsstörung man es zu thun

habe. Leider fehlen bisher die Mittel, um bei Lebenden alle drei zusammenwirkende Factoren mit einiger Verlässlichkeit zu bestimmen, und nur die Messung des Cornealradius ist ohne Schwierigkeit möglich.

Wenn Donders die, damals frappante Beobachtung gemacht hat, dass bei Myopen durchschnittlich grosse Cornealradien vorkommen, jedenfalls die Cornea nicht convexer sei, als bei Emmetropen: so hat andern theils Reuss bei Myopen die Cornealradien von 6,9 — 8,03 gemessen, also ebensowohl sehr kleine als die grössten Radien gefunden, und es ist damit die Forderung der Theorie evident bestätigt worden.

Es müssen also, bei den verschiedenen ursprünglichen Grössenwerthen der Augen gleiche Aenderungen der Axe, des Index oder Radius doch von sehr verschiedenen Formen der Ametropie und umgekehrt begleitet sein.

Soll nemlich ein Auge von $\frac{21}{14}$ und eines von $\frac{24}{16}$ eine gleiche Axenmyopie *AM* 30 cm. erfahren, so ist im ersten Falle $\frac{2}{300} + \frac{3}{A} = \frac{1}{7}$ und im zweiten $\frac{2}{300} + \frac{3}{A} = \frac{1}{8}$ also im ersten Falle die Axenlänge $A = 22{,}02$ und im zweiten 25,35. Das Auge von $\frac{21}{14}$ hat sich also um 1,02, das Auge von $\frac{24}{16}$ um 1,35 verlängern müssen, damit derselbe Grad von *AM* zu Stande komme.

Wenn andern theils in den beiden Grenzaugen eine gleiche Axenverlängerung l_2 um 1 m/m stattfindet, so wird im kleinen Grenzauge $l_1 = \frac{294}{l_2} = 294$ und im grossen $l_1 = \frac{384}{1}$ und es beträgt die *AM* des kleinen Auges 294 + 14 = 30,8 cm. und des grossen 384 + 16 = 40 cm. Der Unterschied ist also nahe 10 cm. oder 3,5 Zoll.

Soll das Auge von $\frac{21}{14}$ und jenes von $\frac{24}{16}$ eine Krümmungsmyopie von 30 cm. erfahren, so ist im ersten Auge

$$\frac{2}{300} + \frac{3}{21} = \frac{1}{r} \text{ und im zweiten } \frac{2}{300} + \frac{3}{24} = \frac{1}{r}$$

also im ersten Falle $r = 6{,}61$, im zweiten $r = 7{,}5$.

Der Radius hat im ersten Auge um 0,39 und im zweiten um 0,5 abgenommen.

Wenn dagegen in beiden Augen die gleiche Krümmungsabnahme um 1 m/m stattfindet, und wir fragen nach dem Grade der Myopie, so ist im ersten Falle

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{21} = \frac{1}{6} \text{ und im zweiten } \frac{2}{f_1} + \frac{3}{24} = \frac{1}{7}$$

daher im ersten $f_1 = 84$ und im zweiten $f_1 = 112$.

Die Myopie des kleineren Auges wird also um nahe 3 cm. bedeutender.

Daraus ergibt sich, dass kleinere Augen allgemein sowohl gegen Axen- als Krümmungsänderungen empfindlicher sind, als grosse. Dagegen ist ihre Disposition zur Entwickelung, namentlich von Axenmyopie geringer, indem sie, wie oben erwähnt, in Bezug auf Verwendung der Accommodation und Convergenzbewegung allgemein unter die begünstigten gehören, daher auch bei ihnen Zerrungen des optischen Nerven bei Lateralbewegungen, welche die Entwickelung von Axenverlängerungen bedingen, nicht so leicht stattfinden.

25. Die sphärische Brille.

Wenn man die unbeträchtliche Dicke der Brillengläser vernachlässigt, so tritt lediglich das Brechungsvermögen n des Glases und die Krümmung der beiden Oberflächen r_1 und r_2 in die Rechnung. Die Brennweite p des Brillenglases kann dann in doppelter Weise ausgedrückt werden:

Es ist der inverse Werth der Brennweite (der Brechwerth) des Glases gleich der Summe der inversen Werthe der beiden Radien, multiplicirt mit dem um die Einheit verminderten Brechungsvermögen. Denn es ist bei Summirung der Grundgleichungen für die Brechung der beiden Oberflächen der Linse allgemein:

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) n - 1.$$

Es ist aber auch der Brechwerth des Glases ausgedrückt durch die Summe der inversen Objectferne f_1 und Bildweite f_2:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

a) Die Krümmungsradien der beiden Oberflächen bestimmen die Wirkung der Brillengläser, welche entweder in Sammlung oder Zerstreuung der Lichtstralen besteht. Desshalb unterscheidet man collective oder Sammelgläser und dispansive oder Zerstreuungsgläser. Die Sammelgläser werden auch als positiv bezeichnet, weil die durch dieselben erzeugten Bilder wirklich, reell hinter dem Glase zu Stande kommen. Dagegen nennt man die Zerstreuungsgläser negative, weil durch dieselben keine reellen, sondern imaginäre, virtuelle Bilder vor dem Glase entstehen. Die Brennweite der Sammelgläser ist positiv, jene der Zerstreuungsgläser negativ. Ferner wird auch die convexe Oberfläche der Gläser mit dem + Zeichen und die concave mit — bezeichnet.

Als Sammelgläser wirken die sphärischen Brillen: wenn die beiden Radien convex sind, weil dann positive Werthe sich summiren. Sei $r_1 = 4$ und $r_2 = 6$ und $n - 1 = 3/2 - 1 = \frac{1}{2}$ also

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) n - 1, \text{ daher } \frac{1}{p} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \frac{1}{2} = \frac{1}{4{,}8}$$

Wenn ein Radius convex, der andere plan (∞) ist

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{\infty}\right) n - 1, \text{ daher } \frac{1}{p} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\infty}\right) \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

wenn ein Radius convex $+$, der andere concav $-$, aber der convexe stärker gekrümmt ist, einen kleineren Radius hat, als der concave

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \text{ also } \frac{1}{p} = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

Als Zerstreuungsgläser wirken die Brillen, wenn die beiden Radien concav sind, weil negative Werthe sich summiren

$$\frac{1}{p} = -\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) n - 1, \quad \frac{1}{p} = -\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \frac{1}{2} = -\frac{1}{4,8}$$

Wenn eine Oberfläche concav, die andere plan ist

$$\frac{1}{p} = \left(-\frac{1}{r_1} - \frac{1}{\infty}\right) n - 1 \qquad \frac{1}{p} = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

Wenn eine Oberfläche concav, die andere convex ist, aber die concave einen kleineren Radius hat

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) n - 1, \quad \frac{1}{p} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right) \frac{1}{2} = -\frac{1}{24}$$

b) Das Brechungsvermögen n gewöhnlichen Glases wird mit $\frac{3}{2}$ oder 1,5 angenommen, daher in obigen Formeln $\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$. Aber die meisten Brillengläser haben thatsächlich einen etwas höheren Index 1,52; ja wenn die Gläser aus Spiegelglas geschliffen werden, erreicht der Index oft 1,56. Bei Bergkrystallbrillengläsern kann $n = 1,8$ sein. Diamant hat sogar das Brechungsvermögen 2,44.

Wenn $n = 1,8$ ist, so wäre in obigen Beispielen allenthalben die Multiplication, anstatt mit $\frac{1}{2}$, mit $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ durchzuführen. Es wird also z. B.

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \frac{1}{2} = \frac{1}{4,8} \text{ und } \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \frac{4}{5} = \frac{1}{3}$$

Die Brennweite verkürzt sich somit sehr erheblich bei denselben Krümmungsradien, wenn der Index des Glases zunimmt. Bei stärkerem Index können demnach die Gläser eine geringere Krümmung haben, was von einigem Vortheile ist, indem sodann die sphärische Aberration geringer wird.

c) Gang des Lichtes durch Brillengläser. Wenn man obigen Ausdruck der Brennweite durch den inversen Werth der Summe der beiden conjugirten Vereinigungsweiten f_1 und f_1 in Betrachtung zieht, so ist

für Sammelgläser die inverse Brennweite $\frac{1}{p} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

die Bildweite $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f_1}$

die Objectferne $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f_2}$

Beträgt die Brennweite p des positiven Glases 15 m/m und die Objectferne f_1 45 m/m, so ist die Bildweite $f_2 = 22{,}5$, also

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{45} + \frac{1}{22{,}5} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{15} - \frac{1}{45} = \frac{1}{22{,}5}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{15} - \frac{1}{22{,}5} = \frac{1}{45}$$

Für Zerstreuungsgläser ist die inverse Brennweite

$$-\frac{1}{p} = -\left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\right)$$

die Bildweite $-\frac{1}{f_2} = -\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{p}\right)$

die Objectferne $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p}$

Wenn daher die Brennweite — 15 und die Objectferne + 45 beträgt, so ist die Bildweite 11,25; denn

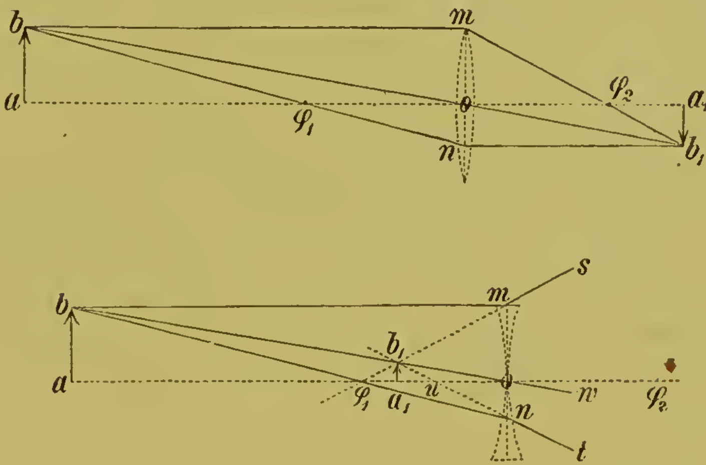
$$-\frac{1}{p} = \frac{1}{45} - \frac{1}{11{,}25} = -\frac{1}{15}$$

$$-\frac{1}{f_2} = -\left(\frac{1}{45} + \frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{11{,}25}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{11{,}25} - \frac{1}{15} = \frac{1}{45}$$

Somit lässt sich der Gang des Lichtes durch Brillengläser construiren (Fig 7).

Fig. 7.



S a m m e l g l ä s e r. Vom Objecte *ab*, zunächst vom Grenzpuncte *b* desselben geht ein mit der Axe aa_1 paralleler Stral *bm* zur Linse, welcher in *m* nach dem hinteren Brennpuncte φ_2 gebrochen wird, von wo er nach b_1 weiter geht.

Ein zweiter, von *b* ausgehender Stral *bo*, der Richtungsstral, geht durch den optischen Mittelpunct *o* der Linse ungebrochen nach b_1 fort. Ein dritter von *b* ausgehender Stral *bn* geht durch den vorderen Brennpunct φ_1 nach *n* und wird daselbst parallel der Axe nach b_1 gebrochen. In b_1 ist das umgekehrte, reelle Bild von b_1 und im Fusspuncte von b_1 in a_1 das Bild von *a*. — Hat also die gleichseitige Linse, wie in unserer Figur die Brennweite von 15 $^m/_m$, und ist die Objectferne

$ao = 45^{m/m}$, so ist die Bildweite $oa_1 = 22{,}5$. Die Bildgrösse $a_1 b_1$ berechnet sich (nach 15)

$$\frac{a_1 b_1}{ab} = \frac{12{,}5}{45} = \frac{1}{2}$$

Zerstreuungsgläser. Vom Objecte *ab*, zunächst vom Puncte *b* geht ein mit der Axe paralleler Stral *bm* zur Linse, welcher nach *ms* von der Axe weggebrochen wird.

Verlängert man *ms* nach vorn, so schneidet er in φ_1 im vorderen Brennpunct die Axe *ao*. Ein zweiter von *b* ausgehender Stral *bo*, der Richtungsstral, geht ungebrochen durch den optischen Mittelpunct *o* der Linse nach *w* fort. Er schneidet den Stral $sm\varphi_1$ in b_1. Ein dritter von *b* ausgehender Stral *bn* wird von *n* nach *t* von der Axe weggebrochen, seine Verlängerung nach vorn $tnub_1$ schneidet die Axe in *u*, und geht nach b_1, wo die sämmtlichen drei Stralen zusammentreffen. In b_1 ist das aufrechte, virtuelle Bild von *b*, und in dessen Fusspuncte a_1 das Bild von *a*. Hat die Linse, wie in unserer Figur die negative Brennweite $\varphi_1 o = 15^{m/m}$, und ist die Objectferne $ao = 45$, so ist die Bildweite $a_1 o = -11{,}25$. Die Grösse des Bildes $a_1 b_1$ ist

$$\frac{a_1 b_1}{ab} = \frac{11{,}25}{45} = \frac{1}{4}$$ der Grösse des Objectes.

26. Das Auge und die Brille — das Brillenauge B.

Einfluss sphärischer Brillen auf das emmetropische Auge. Die Wirkung von Brillen besteht zunächst in einer Aenderung der Brechkraft des Auges, womit auch eine solche der Brennweiten, des Knotenpunctes, der Bildgrösse, des Nah- und Fernpunctes, und der Accommodation einhergeht, so dass man das Brillenauge als ein neues Auge auffassen kann, in welchem, da der Index und die Axenlänge keine Aenderung erfährt, der Radius sich verwandelt hat.

α) Aenderung der Brechkraft. Wir haben oben (5) gesehen, dass die Brechkraft des mittleren emmetropischen Auges $\frac{1}{15}$ ist. Wenn nun dieses Auge mit einer Brille in Verbindung gebracht wird, und man annimmt, dass dieselbe dem Auge sehr nahe stehe, so dass die Distanz vernachlässigt werden kann, und die Hauptpuncte von Brille und Auge gleichsam zusammenfallen: dann wird die Brechkraft des Auges einfach durch Sammellinsen um die Brechkraft derselben erhöht, durch Zerstreuungslinsen um deren Brechkraft vermindert. Es ist also, wenn die Brechkraft der Linsen durch $\frac{1}{p}$ ausgedrückt wird, und die durch die Combination entstehende Brechkraft des Auges $\frac{1}{B}$ ist, wenn die Brennweite des Glases mit 200 m/m angenommen wird, für Sammellinsen

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{p} = \frac{1}{B} \text{ also } \frac{1}{15} + \frac{1}{200} = \frac{1}{13{,}953}$$

für Zerstreuungsgläser

$$\frac{1}{15} - \frac{1}{p} = \frac{1}{B} \text{ also } \frac{1}{15} - \frac{1}{200} = \frac{1}{16{,}216}.$$

β) Aenderung der Brennweiten und des Krümmungsradius des Auges durch Brillen. Der Brechwerth jedes Auges ist gleich dem reciproken Werthe der vorderen Brennweite F_1. Für den Index von $\frac{3}{2}$ ist aber auch die vordere Brennweite gleich dem doppelten Radius r, und die hintere F_2 gleich dem dreifachen Radius. Das durch obige Brillengläser von $\frac{1}{200}$ Brechwerth verwandelte System des Auges hat also für das Sammelglas $r = 6{,}976$, $F_1 = 13{,}953$, $F_2 = 20{,}928$, für das Zerstreuungsglas $r = 8{,}108$, $F_1 = 16{,}216$, $F_2 = 24{,}324$.

Da nun das mittlere Auge eine Axenlänge von 22,5 hat, so fällt für die Bewaffnung mit der Sammellinse der hintere Brennpunct um 22,5 — 20,928 = 1,572 vor die Netzhaut, und das Auge ist gleichsam in ein krümmungsmyopisches vom Radius 6,976 verwandelt. — Für die Bewaffnung mit der Zerstreuungslinse fällt der hintere Brennpunct um 24,324 — 22,5 = 2,124 hinter die Netzhaut, und das Auge ist gleichsam in ein krümmungshyperopes vom Radius 8,108 verwandelt.

γ) Aenderung des Knotenpunctes. Die Aenderung des Krümmungsradius des neuen Systems bedingt auch eine entsprechende Aenderung des Knotenpunctes. Für die Sammellinse verkürzt sich in unserem Beispiele der Radius von 7,5 auf 6,976. Dessen Abstand von der Netzhaut beträgt daher 22,5 — 6,976 = 15,524. Für die Zerstreuungslinse verlängert sich der Radius des Auges von 7,5 auf 8,108, und der Abstand des Knotenpunctes von der Netzhaut beträgt 22,5 — 8,108 = 13,392.

δ) Aenderung des Nah- und Fernpunctes. Wenn man mit N den Nahpunct und mit R den Fernpunct des unbewaffneten Auges, ferner mit N_1 und R_1 den Nah- und Fernpunct des Brillenauges bezeichnet, so ist für die Bewaffnung mit Sammelgläsern offenbar

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{p} = \frac{1}{R_1} \text{ und } \frac{1}{N} + \frac{1}{p} = \frac{1}{N_1}$$

wenn also das Auge des Emmetropen, dessen Fernpunct $R = \infty$ und Nahpunct $N = 10$ ‰ beträgt, mit einer Sammellinse von 20 ‰ Brennweite bewaffnet wird, so wird der inverse Fernpunct $\frac{1}{R_1}$ des Brillenauges $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$ und der inverse Nahpunct $\frac{1}{N_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{1}{6,6}$. Der Fernpunct rückt also von ∞ in die Brennweite der Brille

und der Nahpunct verkürzt sich von 10 auf 6,6 $^c/_m$. Für die Bewaffnung mit Zerstreuungsgläsern ist

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{p} = \frac{1}{R_1} \text{ und } \frac{1}{N} - \frac{1}{p} = \frac{1}{N_1}$$

Wird also bei den obigen Werthen des Fern- und Nahpunctes eine Zerstreuungslinse von 20 $^c/_m$ gewählt, so ist der inverse Fernpunct des Brillenauges $\frac{1}{\infty} - \frac{1}{20} = -\frac{1}{20}$ und der inverse Nahpunct $\frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$.

Der Fernpunct wird also negativ und der Nahpunct rückt von 10 auf 20 $^c/_m$ heraus; das Auge ist in ein hyperopisch-presbytisches umgewandelt.

Offenbar kann durch die unmittelbar am Auge stehende Brille die Accommodationsbreite des Auges, welche $\frac{1}{10}$ beträgt, in keinem Falle geändert werden, denn es bleibt für das Sammelglas $\frac{1}{A} = \frac{1}{6{,}6} - \frac{1}{20} = \frac{1}{10}$ und für das Zerstreuungsglas $\frac{1}{A} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10}$. Aber das Accommodationsgebiet wird durch Sammellinsen eingeengt, durch Zerstreuungslinsen erweitert, und zugleich vom Auge abgerückt. Hiedurch wird namentlich der Gebrauch von Concavlinsen für manche ältere und asthenopische Individuen zu einem schwierigen Problem, indem von ihnen weder die Erweiterung des Accommodationsgebietes noch die Steigerung der Presbyopie vertragen wird.

ε) Abstand der Brille vom Auge. Bisher wurde vorausgesetzt, dass das Brillenglas dem Auge sehr nahe, eigentlich in dessen Hauptpuncte stehe. Ist diess, wie gewöhnlich, nicht der Fall, dann muss der Abstand d in

Rechnung gebracht, und sowohl für Convex- als Concavgläser vom Nah- und Fernpunctswerthe abgezogen werden. Beträgt die Brennweite der Brille 20 %m, die Distanz 1,5 %m und sei der Nahpunct wie oben 10 und der Fernpunct $= \infty$, so ist für Sammelgläser der Fernpunct $\frac{1}{R-d} + \frac{1}{p} = \frac{1}{R_1 - d}$ und der Nahpunct $\frac{1}{N-d} + \frac{1}{p} = \frac{1}{N_1 - d}$ daher der Fernpunct des Brillenauges

$$\frac{1}{\infty - 1{,}5} + \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

und der Nahpunct desselben $\frac{1}{10 - 1{,}5} + \frac{1}{20} = \frac{1}{5{,}96}$.

Der letztere inverse Nahpunctswerth des Brillenauges von nahe 6 %m bezieht sich auf den Abstand desselben von der Brille, und muss daher dieser Abstand von 1,5 hinzugerechnet werden, um den wahren Abstand von der Cornea zu finden. Der Nahpunctswerth des Brillenauges beträgt also 5,96 + 1,5 = 7,46.

Für Zerstreuungsgläser ist der Fernpunct R_1 des Brillenauges für obige angenommene Werthe

$$\frac{1}{R - d} - \frac{1}{p} = \frac{1}{R_1 - d}$$

und der Nahpunct N_1 $\frac{1}{N - d} - \frac{1}{p} = \frac{1}{N_1 - d}$

also der Fernpunct $\frac{1}{\infty - 1{,}5} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$

und der Nahpunct $\frac{1}{10 - 1{,}5} - \frac{1}{20} = \frac{1}{14{,}78}$.

Auch hier muss der Abstand von der Cornea zu 14,78 hinzugerechnet werden, um den eigentlichen geänderten Nahpunctswerth zu finden. Derselbe ist also 14,78 + 1,5 = 16,28. Man sieht, dass in der That bei stärkeren Gläsern, wo der Abstand der Brille vom Auge eine erhebliche Aenderung des Rechnungsresultates herbeiführt, eine Vernachlässigung desselben

nicht zulässig ist, vorzüglich mit Rücksicht auf die Aenderung des Nahpunctes. In unserem Beispiele beträgt der Unterschied der Nahpunctsänderung für Convexgläser von $\frac{1}{20}$, bei Emmetropen allerdings blos 0,8 $^{c}/_{m}$, für Concavgläser aber bereits 3,7 $^{c}/_{m}$.

27. Das axenmyopische Brillenauge. *(AMB.)*

α) Aenderung der Brechkraft des axenmyopischen Auges durch sphärische Zerstreuungsgläser.

Im mittleren *AM* Auge ist die Brechkraft $\frac{1}{15}$ unverändert geblieben, aber die Axenlänge hat zugenommen. Es wurde nun oben (22) nachgewiesen, dass jede Axenmyopie durch Verminderung der normalen Brechkraft in Emmetropie übergehen könne, und zwar, wenn dem Auge eine Zerstreuungslinse vom Brechwerthe $\frac{1}{f_1}$ der *AM* vorgesetzt wird. Denn, wenn z. B. die Axenlänge 30 $^{m}/_{m}$ beträgt, so ist in der Grundgleichung

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{30} = \frac{1}{7{,}5} \text{ oder } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{20} = \frac{1}{15}, \text{ daher } \frac{1}{f_1} = \frac{1}{60}$$

also

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60}$$

Das heisst: Der Brechwerth $\frac{1}{15}$ des *AM* von 30 $^{m}/_{m}$ Axenlänge muss durch Bewaffnung des Auges mit einer Zerstreuungslinse $\frac{1}{60}$ auf $\frac{1}{20}$ sinken, damit dasselbe emmetropisch functionire. — Man findet übrigens (nach 22) die Brennweite der Zerstreuungslinse auch nach der Brennpunctsgleichung bei bekannter Axenverlängerung, welche

in unserem Falle 7,5 beträgt, woraus $l_1 = \frac{337{,}5}{7{,}5} = 45$ und $f_1 = 45 + 15 = 60$ sich ergibt.

β) Aenderung der Brennweiten, des Krümmungsradius und Knotenpunctes durch Zerstreuungsgläser. Die vordere Brennweite unseres *AMB* Auges von $A =$ 30 m/m, welches eine Zerstreuungsbrille $\frac{1}{60}$ trägt, ist 20 m/m da die vordere Brennweite gleich dem inversen Brechwerthe ist. Daher beträgt (nach 26) der Radius dieses Auges 10 und die hintere Brennweite 30. Dieses mittlere *AM* Auge ist also durch die Brille in ein emmetropisches von $\frac{F_2}{F_1} = \frac{30}{20}$ und den Radius 10 verwandelt. Damit ist auch die Knotenpunctslage geändert. Während die Knotenpunctsdistanz im *AM* Auge 30 — 7,5 = 22,5 war, beträgt sie im *AMB* Auge 30 — 10 = 20. Der Knotenpunct ist also durch die Brille der Netzhaut näher gerückt, wodurch die Bilder kleiner werden müssen.

γ) Aenderung des Nah- und Fernpunctes. Wenn, wie oben (26) für Zerstreuungsgläser

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{p} = \frac{1}{R_1} \text{ und } \frac{1}{N} - \frac{1}{p} = \frac{1}{N_1}$$

so muss für einen *AM*, dessen Axenlänge 30 m/m beträgt, der Fernpunct $R = 60$ sein. Sei der Nahpunct desselben $N = 40$ und die Brennweite der Zerstreuungsbrille $p = 60$ m/m, so ist

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{\infty} \text{ und } \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

Es liegt also der corrigirte Fernpunct dieses *AMB* in ∞ und der corrigirte Nahpunct in 12 c/m.

Wird die Distanz der Brille vom Auge z. B. von 1,5 c/m berücksichtigt, dann muss dieser Werth in allen Gliedern

der Gleichung, und zwar im Nenner subtrahirt werden, wenn mindestens Neutralisation des Fernpunctes stattfinden soll. Es verwandeln sich also die beiden obigen Gleichungen in

$$\frac{1}{R-d} - \frac{1}{p-d} = \frac{1}{R_1 - d} \text{ und } \frac{1}{N-d} - \frac{1}{p-d} = \frac{1}{N_1 - d}$$

Dazu muss eine schärfere Zerstreuungsbrille gewählt werden, deren Brennweite um die Distanz kürzer ist. Denn wenn wir obige Werthe beibehalten, so ist für die Neutralisation des Fernpunctes

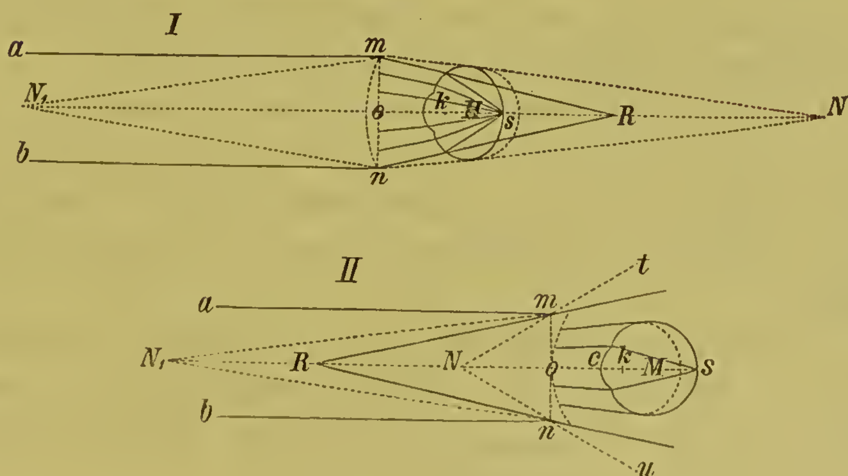
$$\frac{1}{6-1,5} - \frac{1}{6-1,5} = \frac{1}{R_1 - d} \text{ also } \frac{1}{4,5} - \frac{1}{4,5} = \frac{1}{\infty}$$

Die Brennweite der Zerstreuungsbrille muss also 4,5 ᶜ/ₘ betragen, wenn bei 1,5 Distanz unser Myope für ∞ eingestellt werden soll. Bezüglich des Nahpunctes wird

$$\frac{1}{4-1,5} - \frac{1}{6-1,5} = \frac{1}{N_1 - d} \text{ also } \frac{1}{2,5} - \frac{1}{4,5} = \frac{1}{5,62}$$

Der Nahpunct rückt demnach von 4 auf 5,6 + 1,5 = 7,1 ᶜ/ₘ heraus.

Fig. 8.



δ) Gang des Lichtes im *AMB*. (Fig. 8. II.) Wenn das axenmyopische Auge von der Axenlänge *cs* mit einer

Brille *mn* bewaffnet wird, welche in der Distanz *oc* vor dem Auge steht, und der Fernpunct *R* des Auges ist in *Rc* Entfernung, der Nahpunct *N* in *Nc* Entfernung vom Auge; so werden, wenn die Brennweite der Brille *Ro* ist, parallele Lichtstralen *am* und *bn*, welche auf die Brille auffallen, durch dieselbe in der Art zerstreut, dass ihr imaginärer, virtueller Vereinigungspunct vor die Brille nach *R* fällt. *Rc* ist auch die Entfernung des Fernpunctes vom Auge. Die Lichtstralen gelangen daher in der Weise zum Auge, als ob sie von *R* ausgegangen wären, und werden nunmehr im Auge so gebrochen, dass ihr Vereinigungspunct *s* auf die Netzhaut fällt. Das Auge ist also für parallele Lichtstralen eingestellt. —

Wenn anderntheils Lichtstralen vom Puncte N_1 aus gehend, also $N_1 m$ und $N_1 n$ auf die Brille fallen, so werden sie nach *mt* und *mu* gebrochen, und ihr virtueller Vereinigungspunct befindet sich in *N*. Da *N* der Nahpunct des axenmyopen unbewaffneten Auges ist, muss auch N_1 der Nahpunct des Brillenauges sein. Das Accommodationsbereich des *AMB* reicht also von ∞ bis N_1.

Es ergibt sich aus den voranstehenden Erörterungen für die Wirkung der Brillen auf das axenmyope Auge:

1. Durch Zerstreuungsbrillen können Axenmyopen insofern corrigirt werden, als die Brechkraft des Auges durch dieselben vermindert wird, die Brennweiten verlängert werden, und ebenso gleichsam der Krümmungsradius des Auges sich verlängert.

2. Das Auge wird für ∞ eingestellt, wenn die Zerstreuungsweite der Brille und ihr Abstand vom Auge so gewählt werden, dass der Fernpunct des Auges und der vordere Brennpunct der Brille zusammenfallen.

3. Unter allen Umständen wird aber der Nahpunct des Auges durch die Brille vom Auge abgerückt, und die Presbyopie desselben gesteigert.

4. Wenn die Brille keine vollständige Neutralisation des Fernpunctes erreicht, (also ihre Brennweite grösser als die Entfernung des Fernpunctes ist) dann wird der Fernpunct des *AMB* endlich, und der Nahpunct desselben N_1 rückt dem Auge näher. Die Brille kann dann auch für die Nähe besser verwendet werden.

5. Wenn die Brennweite der Brille kleiner als der Fernpunctswerth ist, dann wird das *AMB* Auge in ein hyperopisch und excessiv presbytisches umgewandelt.

6. Ist die Accommodation des *AM* gelähmt, dann kann lediglich Correction des Fernpunctes stattfinden; weil es — im Grunde — keinen accommodativen Nahpunct mehr gibt, (s. auch 23), sondern lediglich einen refractorischen, welcher bei Myopen dem Fernpuncte sehr nahe liegt.

28. Das axenhyperope Brillenauge. *(AHB).*

α) Aenderung der Brechkraft durch sphärische Brillengläser. Im mittleren *AH* Auge ist die Brechkraft $\frac{1}{15}$ unverändert geblieben, aber die Axenlänge *A* hat abgenommen. Es wurde nun oben (22) nachgewiesen, dass jede *AH* durch Erhöhung der Brechkraft in Emmetropie übergehen könne, und zwar wenn dem Auge eine Sammelbrille vom Brechwerthe $\frac{1}{f_1}$ vorgesetzt wird. Denn wenn z. B. die Axenlänge des mittleren Auges 21 beträgt, also um 1,5 abgenommen hat, so ist in der Grundgleichung

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{21} = \frac{1}{7{,}5} \text{ oder } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{14} = \frac{1}{15} \text{ daher } \frac{1}{f_1} = -\frac{1}{210}$$

also ist
$$\frac{1}{14} = \frac{1}{15} + \frac{1}{210}.$$

Das heisst: Der Brechwerth $\frac{1}{15}$ des mittleren Auges von

21 Axenlänge muss durch eine Sammelbrille $\frac{1}{210}$ auf $\frac{1}{14}$ erhöht werden, damit dasselbe emmetropisch functioniren könne. Die Brennweite der Sammelbrille kann auch mit Hilfe der Brennpunctsgleichung gefunden werden. Da die Axenverkürzung in unserem Falle — 1,5 beträgt, so ist die Brennobjectferne $l_1 = -\frac{337,5}{1,5} = -225$, also $f_1 = -(225 - 15) = -210$.

β) Aenderung der Brennweiten, des Krümmungsradius und Knotenpunctes. Die vordere Brennweite unserer *AMB*, dessen Brechwerth $\frac{1}{14}$ beträgt, ist 14, daher sein Radius 7, und die hintere Brennweite 21. Dasselbe ist also in ein emmetropisches von $\frac{F_2}{F_1} = \frac{21}{14}$ und $r = 7$ verwandelt. Die Knotenpunctsdistanz von der Netzhaut beträgt daher $21 - 7 = 14$, während sie im unbewaffneten Auge $21 - 7,5 = 13,5$ betrug. Die Netzhautbilder müssen daher grösser sein.

γ) Aenderung des Nah- und Fernpunctes. Wenn, wie oben (25) für Sammelgläser

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{p} = \frac{1}{R_1} \text{ und } \frac{1}{N} + \frac{1}{p} = \frac{1}{N_1}$$

so ist für unseren Axenhyperopen von 21 Axenlänge, der Fernpunct $R = -21$ cm. Sei der Nahpunct desselben $N = 10$ und beträgt die Brennweite der unmittelbar am Auge stehenden Sammelbrille 21 cm, so ist

$$\frac{1}{21} - \frac{1}{21} = \frac{1}{\infty} \text{ und } \frac{1}{10} + \frac{1}{21} = \frac{1}{6,7}$$

Es liegt also der corrigirte Fernpunct dieser *AHB* in ∞ und der corrigirte Nahpunct ist von 10 auf 6,7 cm. hereingerückt.

Wird die Distanz der Brille vom Auge, z. B. jene von 1,5 berücksichtigt, dann muss, wenn Neutralisation des Fernpunctes stattfinden soll, allenthalben in der Gleichung die Distanz im Nenner hinzugezählt werden.

$$\frac{1}{R+d}+\frac{1}{p+d}=\frac{1}{R_1+d} \text{ also } \frac{1}{21+1{,}5}+\frac{1}{21+1{,}5}=\frac{1}{\infty}$$

Daher muss eine um die Distanz schwächere Sammelbrille gewählt werden, und zwar jene von 22,5.

Bezüglich des Nahpunctes wird, wenn derselbe einen positiven Werth hat

$$\frac{1}{N-d}+\frac{1}{p}=\frac{1}{N_1-d} \text{ also } \frac{1}{10-1{,}5}+\frac{1}{22{,}5}=\frac{1}{6{,}1}$$

Der Nahpunct rückt also von 10 auf 6 cm. herein.

δ) Gang des Lichtes im *AMB*. (Fig. 8, I.) Wenn das axenhyperope Auge von der Axenlänge *cs* mit einer Brille *mn* bewaffnet wird, welche in der Distanz *oc* vor dem Auge steht, und der negative Fernpunct *R* des Auges ist in *Rc* Entfernung vom Auge, so werden, wenn die Brennweite der Brille *Ro* ist, parallele Lichtstralen *am* und *bn*, welche auf die Brille fallen, durch dieselbe in der Art gesammelt, dass ihr reeller Vereinigungspunct nach *R* fällt. *Rc* ist auch die Entfernung des Fernpunctes des Auges. Die Lichtstralen gelangen daher in der Weise zum Auge, als ob sie von *R* hinter demselben ausgegangen wären, und werden nunmehr vom Auge selbst so gebrochen, dass ihr Vereinigungspunct *s* auf die Netzhaut fällt. Das Auge ist also für die parallelen Lichtstralen *am* und *an* eingestellt.

Wenn andertheils die Lichtstralen mN_1 und nN_1 auf die Brille auffallen, welche von N_1 ausgehen, so werden sie durch die Brille nach N gebrochen. Wenn N der Nahpunct des unbewaffneten Auges ist, dann muss N_1 der Nahpunct des Brillenauges sein. Das Accommodations-

bereich des *AMB* reicht also von ∞ bis N_1, während es früher von *R* bis *N* gereicht hat.

Es ergibt sich aus den voranstehenden Erörterungen folgende Wirkung der Sammelgläser auf das axenhyperope Auge:

1. Die Refraction des Auges kann insofern corrigirt werden, als die Brechkraft desselben durch das Brillenglas erhöht wird, die Brennweiten verkürzt werden, und ebenso gleichsam der Krümmungsradius des Auges sich verkürzt.

2. Das Auge wird auf ∞ eingestellt, wenn die Brennweite der Brille und ihr Abstand vom Auge so gewählt werden, dass der Fernpunct des Auges und der hintere Brennpunct der Brille zusammenfallen.

3. Unter allen Umständen wird der Nahpunct des Auges demselben genähert, und wird entweder der negative Werth desselben in einen positiven verwandelt, oder der bereits ursprünglich positive Nahpunct bleibt positiv.

4. Wenn die Brille keine vollständige Neutralisation des Fernpunctes erreicht, weil ihre Brennweite grösser als die Entfernung des Fernpunctes ist, dann bleibt das *AHB* hyperopisch, und wird nur die *H* niedergradiger.

5. Wenn die Brennweite der Brille kürzer als die Entfernung des Fernpunctes ist, dann wird das Auge durch die Brille in ein myopisch presbytisches verwandelt.

6. Ist die Accommodation des *AH* gelähmt, dann kann lediglich Correction des Fernpunctes durch die neutralisirende Brille stattfinden, und eine endliche Einstellung des Auges bleibt ausgeschlossen.

29. Das krümmungsmyopische Brillenauge. *(KMB.)*

α) Aenderung der Brechkraft. Bei Krümmungsmyopie liegt (20) im Gegensatze zu *AM* bereits ursprünglich ein pathologisch erhöhter Brechwerth vor, welcher durch Zer-

streuungslinsen vom Brechwerth $\frac{1}{f_1}$ bis auf den normalen vermindert werden muss, damit das Auge emmetropisch functioniren könne. Denn, wenn bei normaler Axenlänge $A = 22{,}5$ der Radius sich z. B, von 7,5 auf 7 verkürzt zeigt, so ist in der Grundgleichung

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{22{,}5} = \frac{1}{7} \text{ also } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{15} = \frac{1}{14}$$

daher

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{210}$$

also

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{14} - \frac{1}{210}.$$

Das heisst: Der Brechwerth $\frac{1}{14}$ des *KM* vom Radius $\doteq 7$ muss durch eine Zerstreuungslinse vom Brechwerth $\frac{1}{210}$ auf $\frac{1}{15}$ gebracht werden, damit das Auge emmetropisch functionire.

β) Aenderung der Brennweiten, des Krümmungsradius, Knotenpunctes und der Sehweite. Die vordere Brennweite unseres *KM* Auges war 14, die hintere 21 und der Radius betrug 7 m/m, und durch Bewaffnung mit der Correctionsbrille $\frac{1}{210}$ wird der Brennweitenquotient $\frac{F_2}{F_1} = \frac{22{,}5}{15}$, der Radius 7,5, demnach das mittlere emmetropische Auge hergestellt. Damit ist auch die Knotenpunctsdistanz von 14 auf 15 corrigirt.

Die Aenderung des Nah- und Fernpunctes berechnet sich ganz so wie im *AMB*. (27.)

30. Das krümmungshyperope Brillenauge. *(KHB.)*

α) Aenderung der Brechkraft. Bei *KH* liegt im Gegensatze zu *AH* bereits ursprünglich ein pathologisch erhöhter Brechwerth vor, welcher durch Sammellinsen vom Brechwerth $\frac{1}{f_1}$ auf den normalen erhöht werden muss, damit das Auge emmetropisch functioniren könne. Denn, wenn bei normaler Axenlänge $A = 22{,}5$ der Radius sich z. B. von 7,5 auf 8 verlängert hat, so ist in der Grundgleichung

$$\frac{2}{f_1} + \frac{3}{22{,}5} = \frac{1}{8} \text{ also } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{15} = \frac{1}{16}$$

daher

$$\frac{1}{f_1} = -\frac{1}{240}$$

also

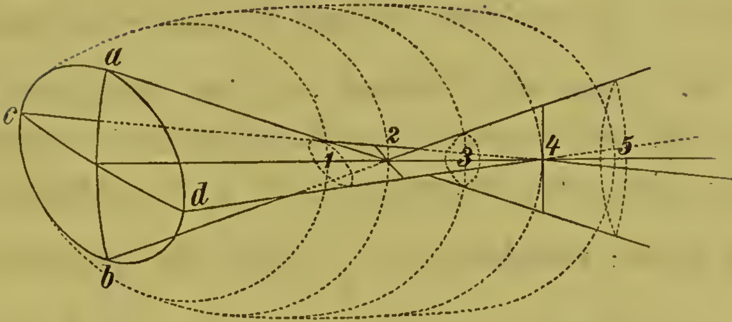
$$\frac{1}{15} = \frac{1}{16} + \frac{1}{240}$$

Das heisst: Der Brechwerth $\frac{1}{16}$ des *KH* vom Radius $= 8$ muss durch ein Sammelglas vom Brechwerth $\frac{1}{240}$ auf $\frac{1}{15}$ gebracht werden, damit das Auge emmetropisch functioniren könne.

β) Aenderung der Brennweiten, des Krümmungsradius und Knotenpunctes, so wie des Nah- und Fernpunctes. Die vordere Brennweite unseres *KH* Auges war 16, die hintere 24 und der Radius betrug 8. Durch Bewaffnung mit der Sammelbrille $\frac{1}{240}$ wird der Brennweitenquotient $\frac{F_2}{F_1} = \frac{22{,}5}{15}$ und der Radius von 8 in 7,5 verwandelt. Damit ist auch die Knotenpunctsdistanz von 16 auf 15 gebracht, und das mittlere emmetropische Auge hergestellt. Die Aenderung des Nah- und Fernpunctes berechnet sich ganz so, wie bei *AHB* (28).

31. Das astigmatische Brillenauge

Fig. 9.



In einem astigmatischen Auge (Fig. 9), dessen senkrechter Meridian der Cornea *ab* stärker gekrümmt ist, als der horizontale *cd*, muss die hintere Brennweite der Cornea im senkrechten Meridian kürzer sein, als im horizontalen. Nehmen wir an, dass parallele Stralen, welche auf die Cornea fallen, für den senkrechten Meridian ihren Vereinigungspunct im Puncte 2 und für den horizontalen im Puncte 4 haben, dann kann die Netzhaut mit Beziehung auf diese beiden Puncte offenbar fünf Lagen annehmen.

a) Wenn die Netzhaut in der Ebene des Punctes 1 sich befindet, also sowohl 2 als 4 hinter derselben liegen, dann ist das Auge in Bezug auf beide Cornealmeridiane hyperopisch — zusammengesetzter hyperopischer Astigmatismus, und zwar ist für den senkrechten Meridian die Hyperopie von 1—2 und für den horizontalen jene von 1—4 zu corrigiren, damit das Auge emmetropisch functioniren könne.

Bezeichen wir allgemein die astigmatische Hyperopie für den senkrechten Meridian mit *ash* $\frac{1}{a}$ und jene für den horizontalen mit *ash* $\frac{1}{b}$, so haben wir den Ausdruck für

die ganze astigmatische Refraction $As = ash\frac{1}{a} + ash\frac{1}{b}$. Wenn wir nun zunächst durch ein sphärisches Sammelglas $ash\frac{1}{a}$ corrigiren, so rückt die gesammte Brennstrecke so weit gegen die Netzhaut vor, dass der Punct 2 mit 1 also mit der Netzhaut zusammenfällt, und es bleibt nunmehr blos die Brennstrecke 2—4 zu corrigiren übrig. Das heisst: nachdem $ash\frac{1}{a}$ durch ein sphärisches Sammelglas corrigirt wurde, bleibt von $ash\frac{1}{b}$ nur noch $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ zu corrigiren, und zwar lediglich die bezügliche fehlerhafte Brechung des horizontalen Meridians. Combiniren wir somit die sphärische Convexbrille mit einer cylindrischen, deren Axe senkrecht gestellt ist, von dem Brechungsvermögen $\frac{1}{c}$, so ist die normale Refraction hergestellt. Es ist also sodann der Ausdruck für die Correction des zusammengesetzten hyperopischen Astigmatismus $h\frac{1}{a} + cyl\ h\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$ ||. Das || Zeichen bedeutet die Richtung der Axe des Cylinderglases.

Hat man also für den senkrechten Meridian $h\frac{1}{a} = \frac{1}{20}$ und für den horizontalen $h\frac{1}{10}$ gefunden, und wir corrigiren zunächst $h\frac{1}{20}$ durch das Sammelglas $\frac{1}{20}$, so bleibt noch im horizontalen Meridian $h\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{20}$ durch ein Cylinderglas zu corrigiren, und wir ordiniren also

$$h\frac{1}{20} + cyl\ h\frac{1}{20}\ ||.$$

b) Wenn die Netzhaut in der Ebene des Punctes 2 ihre Lage hat, dann ist das Auge für den senkrechten Cornealmeridian emmetropisch eingestellt, indem ja die durch denselben gebrochenen Lichtstralen in 2 ihren Vereinigungspunct haben. Für den senkrechten Meridian ist also die Brechkraft des Auges $= \frac{1}{\infty}$ und keine Correction nöthig. Nur für den horizontalen Meridian ist die Hyperopie, von 2—4 reichend, durch ein sammelndes Cylinderglas zu corrigiren. — Wir haben den einfachen hyperopischen Astigmatismus $\frac{1}{\infty} + cyl\ h\ \frac{1}{6}$ || durch Stellung der Axe senkrecht auf den fehlerhaften horizontalen Meridian zu corrigiren.

Sei also die Brechung im senkrechten Meridian fehlerlos, und im horizontalen $h\ \frac{1}{20}$, so corrigiren wir den einfachen hyperopischen *As* durch $cyl\ h\ \frac{1}{20}$ ||.

c) Wenn die Netzhaut in der Ebene des Punctes 3 ihre Lage hat, so ist das Auge für den senkrechten Meridian, dessen Lichtstralen sich in 2 vor der Netzhaut vereinigen, myopisch, und für den horizontalen, dessen Lichtstralen in 4 hinter der Netzhaut sich vereinigen, hyperopisch.

Es ist gemischter Astigmatismus, Myopie und Hyperopie gemischt, vorhanden, $m\ \frac{1}{a} + ash\ \frac{1}{b}$.

Wenn man nun zunächst die Myopie des senkrechten Meridians corrigirt, so rückt der Vereinigungspunct der Lichtstralen von 2 nach 3 heraus. Damit verschiebt sich aber auch die ganze Brennstrecke, und der Vereinigungspunct 4 für den horizontalen Meridian entfernt sich noch mehr von der Netzhaut. Mit Correction der Myopie im

senkrechten Meridian wird also die astigmatische Hyperopie des horizontalen Meridians um den ganzen Grad der corrigirten Myopie gesteigert. Es ist somit zu corrigiren

$$m \frac{1}{a} + ash \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \,||.$$

Beträgt also die Myopie des senkrechten Meridians $\frac{1}{a} = \frac{1}{20}$ und die astigm. Hyperopie des horizontalen $\frac{1}{b} = \frac{1}{20}$, so corrigiren wir $m \frac{1}{20} + ash \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20}\right) ||$

somit $$m \frac{1}{20} + ash \frac{1}{10} \,||.$$

d) Wenn die Netzhaut in der Ebene des Punctes 4 ihre Lage hat, dann ist das Auge für den horizontalen Meridian emmetropisch eingestellt, indem die durch denselben gebrochenen Lichtstralen sich im Puncte 4 vereinigen. Für den horizontalen Meridian ist also die Brechkraft des Auges $\frac{1}{\infty}$ und keine Correction nöthig. Für den senkrechten Meridian besteht dagegen Myopie, welche vom Puncte 2—4 reicht, und diese ist durch ein passendes concaves Cylinderglas zu corrigiren. Wir haben demnach den einfachen myopischen Astigmatismus

$$\frac{1}{\infty} + cyl \,.\, m \frac{1}{a} = cyl \,.\, m \frac{1}{a}$$

durch Stellung der Axe des Cylinderglases senkrecht auf den fehlerhaften senkrechten Meridian der Cornea zu corrigiren. Sei also im senkrechten Meridian $m \frac{1}{20}$, so verordnen wir $cyl\ m \frac{1}{20} =$, wobei das $=$ Zeichen die Stellung der Axe des Cylinderglases bedeutet.

e) Wenn die Netzhaut in der Ebene des Punctes 5 ihre Lage hat, also sowohl Punct 2 als 4 vor derselben liegen, dann

ist das Auge in Bezug auf die Brechung beider Corneal-meridiane myopisch — zusammengesetzter myopischer Astigmatismus, und zwar ist im senkrechten Meridian die Myopie von 2—5, und im horizontalen jene von 4—5 zu corrigiren.

Bezeichnet man allgemein die astigmatische Myopie für den senkrechten Meridian mit $as \,.\, m \frac{1}{a}$ und jene für den horizontalen mit $as \,.\, m \frac{1}{b}$, so ist der Ausdruck für die gesammte astigmatische Refraction $as \,.\, m \frac{1}{a} + asm \frac{1}{b}$.

Wird nun zunächst die Myopie des horizontalen Meridians $m \frac{1}{b}$ durch ein sphärisches Concavglas, also die Strecke 4—5 corrigirt, so rückt die ganze Brennstrecke um diesen Werth gegen die Netzhaut zurück, so dass nunmehr bloss die Strecke 2—4 zu corrigiren übrig bleibt. Das heisst: nachdem $m \frac{1}{b}$ corrigirt wurde, bleibt noch $as\ m \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$ im senkrechten Meridian zu verbessern. Es ist also der Ausdruck für die geforderte Correction

$$m \frac{1}{b} + as\ m \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) =,$$

wobei das = Zeichen die Lage der Axe des Cylinderglases bedeutet. Hat man also für den horizontalen Meridian $m \frac{1}{b} = \frac{1}{20}$ und für den senkrechten $\frac{1}{10}$ gefunden, so ist noch für den senkrechten Meridian

$$as\ m \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{20}$$

übrig, und wir ordiniren $m \frac{1}{20} + cyl\ m \frac{1}{20} =$.

32. Aphakie.

Durch den Verlust der Linse wird dem Auge ein brechendes Mittel entzogen, während es, optisch aufgefasst, in Bezug auf Axenlänge und Krümmung der Cornea unverändert bleibt. Es ändert sich also lediglich der Totalindex, und nimmt um den Werth der eingeschalteten Linse ab. Ein emmetropisches Auge muss daher durch Aphakie in ein hyperopisches übergehen, und die Hyperopie ist als Indexhyperopie aufzufassen.

Nehmen wir nun zunächst an, dass im mittleren Auge von $\frac{F_2}{F_1} = \frac{22,5}{15}$ der Index von $^3/_2$ auf $^4/_3$ sinke, so wird bei unverändertem Radius von 7,5 und unveränderter Axenlänge von 22,5 nunmehr die vordere Brennweite $F_1 = 3r = 22,5$ und die hintere $F_2 = 4r = 30$ werden müssen. Die Differenz der inversen Brennweiten wird $\frac{1}{22,5} - \frac{1}{30} = \frac{1}{90}$.

Es ist sodann das Brennweitenproduct $22,5 \times 30 = 675$ geworden, und da für parallele Stralen der Vereinigungspunct $30 - 22,5 = 7,5$ hinter die Netzhaut fällt, ist auch $l_2 = -7,5$ also $l_1 = -\frac{675}{7,5} = -90$. Die negative Objectferne f_1 für dieses Auge beträgt desshalb $l_1 - F_1 = 90 - 22,5 = -67,5$.

In der Grundgleichung haben wir für dieses aphakische Auge

$$\frac{3}{f_1} + \frac{4}{22,5} = \frac{1}{7,5}$$

woraus sich abermals die Objectferne

$$\frac{1}{f_1} = -\frac{1}{67,5} \text{ ergibt.}$$

Zur Correction der Aphakie muss daher eine Convexbrille gewählt werden, deren Brennweite, wenn die Linse unmittelbar am Auge stünde, 67,5 wäre. Steht die Linse dagegen 15 $^m/_m$

vor dem Auge, dann muss ihre Brennweite 67,5 + 15 = 82,5 sein, also etwas über drei Zoll betragen. Diess ist auch in ziemlicher Uebereinstimmung mit der Beobachtung bei aphakischen Emmetropen. In der Mehrzahl entsprechen den an Cataracta operirten freilich Gläser, welche eine etwas grössere Brennweite, 95 m/m (3,5 Zoll nahe) haben, woraus sich auf einen etwas höheren Index als $^4/_3$, der sich durch Ausschaltung der Linse ergibt, schliessen lässt.

Für das schematische Auge, dessen Cornea einen Radius von 7,829 und einen Index von 1,3365 hat, und dessen Axenlänge 22,8245 beträgt, wäre in der Grundformel

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1,3365}{22,8245} = \frac{0,3365}{7,829}$$

daher

$$f_1 = -\ 64,21.$$

Steht die Brille in 15 m/m Distanz vom Auge, so müsste sie demnach 79,21 Brennweite haben, was noch weniger der Beobachtung entspricht, als unsere obige Annahme. Wenn man dagegen annimmt, dass in unserem mittleren Auge der Index durch Aphakie von 1,5 auf 1,36 sinke, so ist

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1,36}{22,5} = \frac{0,36}{7,5}, \text{ also } f_1 = -\ 80.$$

und die Brennweite der 15 m/m vor dem Auge stehenden Brille muss 95 m/m (3,5 Zoll) sein.

Diess entspricht demnach der Erfahrung am meisten. Der Index nimmt also nicht, wie wir der runden Rechnung wegen oben angenommen haben, bei Emmetropen durch Aphakie um $\frac{1}{6}$ sondern meist lediglich um $\frac{1}{7}$ ab.

Das aphakische Auge, durch eine Convexbrille für die Ferne corrigirt, wird vom optischen Gesichtspuncte in ein emmetropisches umgewandelt, indem die Brille gleichsam den gesunkenen Index von 1,333 (oder 1,36) auf 1,5 erhöht. Das corrigirte aphakische Auge wäre also sodann durch die Formel

$\frac{2}{\infty} + \frac{3}{22,5} = \frac{1}{7,5}$, welche dem mittleren emmetropischen Auge entspricht, repräsentirt. Wir haben aber oben (21) gesehen, dass für jede Indexanomalie auch ein äquivalenter Krümmungsfehler gesetzt werden kann. Fragen wir daher, welcher der äquivalente Radius sein müsste, um ein aphakisches Auge von $n_2 = 1,33$ (oder 1,36) in ein emmetropisches zu verwandeln,

so ist für $n_1 = 1,33$ $\frac{3}{\infty} + \frac{4}{22,5} = \frac{1}{r}$, also $r = 5,625$

und für $n_1 = 1,36$ $\frac{1}{\infty} + \frac{1,36}{22,5} = \frac{0,36}{r}$, also $r = 5,955$.

Durch die corrigirende Staarbrille wird also das aphakische Auge in ein emmetropes von $n_2 = 1,36$, $A = 22,5$, und $r = 6$ nahe verwandelt; der Radius nimmt also um 1,5 ab, was einer Abnahme des Index um $\frac{1}{7}$ äquivalent ist.

Die Emmetropie des corrigirten aphakischen Auges ist freilich meist bloss eine sehr bedingte, bloss theoretische. Denn da das Auge accomodationslos ist, da sich oft nach der Operation des Staares ein störender Astigmatismus der Cornea entwickelt, da die Irisfunction in manchen Fällen geschädigt ist, Beugungs- und Reflexionserscheinungen des Lichtes an Trübungsstellen der Kapsel oft hinzukommen, und auch die Dicke so wie andere optische Fehler der Brillengläser hinzugerechnet werden müssen, so ist die Correction aphakischer Augen durch Staarbrillen in der Regel keine ganz vollständige, und die sogenannte volle Sehschärfe wird nur bei wenigen Individuen thatsächlich erreicht.

Wenn wir die Brennweite der Correctionsbrille, den Totalindex und den Radius des Aphaken kennen, so lässt sich offenbar daraus die Axenlänge A des Auges berechnen. Denn, wenn $n_2 = 1,36$ $r = 7,5$ und $f_1 = - 80$ ist, so haben wir in der Grundgleichung

$$\frac{1}{-80} + \frac{1{,}36}{A} = \frac{0{,}36}{7{,}5}$$

woraus sich $A = 22{,}5$ ergibt. Aber da der Totalindex nicht wohl bestimmbar ist, wird sich die Axenlänge auch nicht berechnen lassen. Mittlere Werthe für den Index einzuführen, ist nicht zulässig, da schon geringe Schwankungen von n_2 wesentliche Abweichungen für A ergeben. So wird, wenn $f_1 = -80$ und $r = 7{,}5$ bleibt, aber n_2 anstatt wie oben 1,36 mit 1,33 angenommen wird, $A = 23{,}54$, und der Unterschied beträgt demnach mehr als 1 m/m.

33. Numerirung der Brillengläser.

Jede dem Auge vorgesetzte Brille fügt sich nur dann in die Berechnung der optischen Verhältnisse, wenn die Beziehung ihrer Brennweite zu dem Einstellungsvermögen des Auges oder jene ihres Brechwerthes zu dem Brechwerthe des Auges in Betrachtung gezogen wird. In der Grundformel

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

bedeutet f_1 die Objectferne für das ametrope Auge und gleichzeitig die Brennweite der geforderten Brille, vorausgesetzt, dass ihre Distanz vom Auge vernachlässigt werden kann. In der Brennpunctsgleichung $F_1 F_2 = l_1 l_2$ bedeutet l_1 die Brennobjectferne des Auges und gleichzeitig die Brennweite der im vorderen Brennpuncte des Auges stehenden Brille. Und endlich in der allgemeinen Gleichung für den Brechwerth des ametropen Auges $\frac{1}{f_1} + \frac{n_2}{n_1 f_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 r}$ bedeutet $\frac{1}{f_1}$ den Brechwerth der geforderten Brille. Denn wenn z. B. bei Axenhyperopie wie oben (28) gezeigt wurde, die Axenlänge des mittleren Auges 21 beträgt, bei unverändertem Radius und Index: so ist

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{14} = \frac{1}{15} \text{ also } f_1 = -210 \text{ und } \frac{1}{15} + \frac{1}{210} = \frac{1}{14}.$$

Das heisst: Der Brechwerth $\frac{1}{15}$ dieses Auges muss durch eine Sammellinse vom Brechwerth $\frac{1}{210}$ auf $\frac{1}{14}$ erhöht werden, damit dasselbe emmetropisch functioniren könne.

Immer muss also die Brennweite des Glases im Millimeterwerthe in die Rechnung eingeführt werden, und es würde nur zu Verzögerungen des Rechnungsresultates führen, wenn die Bezeichnung der Brillen im Brillenkasten eine andere wäre, als nach Brennweiten im Metermasse. Desshalb ist es auch dringend nöthig geworden, die Zollbezeichnung der Brillenbrennweiten endlich gänzlich zu verlassen, weil bei der Anwendung obiger Formeln eine Rechnung mit Zollmass nicht wohl durchführbar ist, und die immerwährende vorausgehende Reduction von Zollmass in Metermass sehr unbequem wäre. Zur Bezeichnung der Brillen empfiehlt sich offenbar am besten der Centimeter, welcher lediglich eine zehnfach grössere Einheit als der Millimeter bedeutet, aus welcher demnach durch Multiplication mit 10 sich der Millimeterwerth der Brille unmittelbar ergibt. Hiebei kann lediglich die Frage als eine offene betrachtet werden, wie viele Nummern von Brillengläsern im Centimeterwerth man im Brillenkasten vorräthig halten solle, oder welche Intervalle zwischen den einzelnen Brillengläsern durch das Bedürfniss der Praxis gestattet sind. Theorie und Erfahrung haben gelehrt, dass bei den schwächeren Gläsern die Intervalle grösser sein dürfen, als bei den stärkeren, und dass wir daher eine engere Serie und eine grössere Zahl stärkerer Brillengläser als schwacher nöthig haben. Anderntheils ist eine gewisse Compendiosität des Brillenkastens practisch gefordert; denn wenn auch die allerreichste Suite von Gläsern theoretisch gestattet wäre, so würde doch hiedurch die Auswahl umständlich und beschwerlich.

Der alte Brillenkasten hält in dieser Beziehung ziemlich die richtige Mitte ein, und Niemand kann bestreiten, dass weder bezüglich der Zahl der vorräthigen Gläser noch bezüglich der Intervalle derselben eine wesentliche Aenderung nothwendig sei. Im alten Kasten steigen die Gläser von $^1/_4$, $^1/_2$, 1, 2, 4, 6 bis 12 Zoll Intervall aufwärts. Wenn man nun an Stelle des Zollmasses das Metermass, und zwar die Centimeterbezeichnung für die Brillengläser einführt; dann dürfte es sich empfehlen, analog dem alten Kasten die Intervalle von 1, 2, 3, 4, 6, 10, 16 bis 20 Centim. wachsen zu lassen, so dass die Brillenserie wie bisher aus 30 Nummern bestünde, welche im runden Centimeterwerthe sein würden: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 35, 38, 41, 44, 48, 54, 64, 80, 100, 120, 140, 160.

Man sieht, dass diese Serie sich nicht weit von jener des früheren Brillenkastens entfernt, denn wenn wir zu der Zollbezeichnung der alten Scala die genauere Reduction auf Cm. in Klammern beifügen, so haben wir: Nr. 2 (5,5) — 2 $^1/_4$ (6) — 2 $^1/_2$ (6,75) — 2 $^3/_4$ (7,4) — 3 (8,1) — 3 $^1/_2$ (9,4) — 4 (10,8) — 4 $^1/_2$ (12,1) — 5 (13,5) — 5 $^1/_2$ (14,8) — 6 (16,2) — 6 $^1/_2$ (17,5) — 7 (18,9) — 8 (21,6) — 9 (24,3) — 10 (27) — 11 (30) — 12 (32,4) — 13 (35) — 14 (37,8) — 15 (40,5) — 16 (43,2) — 18 (48,6) — 20 (54) — 24 (64,8) — 30 (81) — 36 (97,2) — 42 (113,4) — 48 (130) — 60 (162).

Bei der Reduction des Zollmasses in Metermass müssen wir aber stehen bleiben, und es ist durch Nichts gerechtfertigt, noch weiter zu gehen, und gar, wie es geschehen ist, eine willkürliche Refractionseinheit, oder mehre derselben zu wählen, so wie die Brillengläser nicht allein diesen anzubequemen, sondern auch die Bezeichnung der Gläser darauf zu stützen.

Die erste Anregung zum radicalen Umsturze der bestehenden Brillenscala, und zur Bezeichnung der Gläser nach willkürlich gewählten Brechwerthen, hat bekanntlich Burow 1864

gegeben. Es sollte nämlich fortan die Brennweite eines willkürlichen schwächsten Glases als optische Einheit gelten und die Nummern hätten von der schwächsten zur stärksten durch Summirung der inversen Werthe der optischen Einheit aufzusteigen. Sei also n die optische Einheit, so wäre die Scala $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}$ bis $\frac{n}{n}$, wobei der Zähler die Nummer des Glases bedeutet. Wenn z. B. die Einheit von 60 Zoll gewählt wird, so ist Nr. 1 $= \frac{1}{60}$ und hat die Brennweite von 60 Zoll; Nr. 2 $= \frac{2}{60}$ hat die Brennweite von $\frac{60}{2} = 30$ Zoll, bis zur letzten Nummer 60 $= \frac{60}{60}$ von 1 Zoll Brennweite. Dieser Gegenstand wurde in der Folge sehr lebhaft discutirt, denn bei der freistehenden Wahl der optischen Einheit bot er ein sehr breites Terrain für Vorschläge der differentesten Art. Ich warnte freilich bereits 1869 (Prag. Vierteljahrschrift 101. Band) davor, die optische Einheit bis in den Brillenkasten zu verfolgen. Denn, welche Einheit man auch immer wähle, so stellt sich doch stets heraus, dass die Intervalle der Brennweiten entweder in den schwächeren Nummern für das Bedürfniss zu gross, oder in den stärkeren zu klein ausfallen. Will man dagegen Lücken durch Interpolation grösserer optischer Einheiten ausfüllen, anderntheils überflüssige Nummern durch Interpolation kleinerer Einheiten eliminiren, und zugleich die hiebei zu Tage tretenden lästigen Decimalstellen abrunden, dann trübt man das Bild der Theorie, und erreicht nach keiner Richtung hin ein werthvolles, exactes oder nur leidlich brauchbares Resultat.

Trotz dieser und anderer Warnrufe haben aber dennoch Einige den von Burow angedeuteten Weg der Reform des Brillenkastens mit besonderer Beharrlichkeit bis in die äussersten Consequenzen verfolgt, und sich alle Mühe gegeben, namentlich

eine Scala einzuführen, welcher sie den Namen der Dioptrienscala gegeben haben, von welcher — aber ganz irrthümlich — behauptet wird, dass sie die — ebenfalls ganz willkürliche — Einheit einer Linse von 1 Meter zur Grundlage habe.

Da diese sogenannte Dioptrienscala mit einigem Anstrich von scientifischer Gediegenheit berufen sein sollte, die practisch bewährte Brennweitenscala zu verdrängen, so ist es durchaus nothwendig, das Hohle und Haltlose der Sache eingehender darzulegen. Wenn man sagt: „Die Einheit des neuen Systems ist eine Linse von 1 Meter Brennweite, und man nennt sie Dioptrie“, so ist diess einfach nicht wahr.

Denn die sogenannte Dioptrienscala beginnt mit dem schwächsten Glase von 4000 m/m Brennweite, also mit der 4 Meterlinse (ein Viertel-Dioptrie) und dieses Intervall geht durch die Scala bis zu der 2,5 Dioptrie. Hierauf beginnt die Doppelmeterlinse als Intervall, und reicht bis zur 6 *D*. Von da an bis zur 18 *D* ist erst die Meterlinse das Intervall; über diess hinaus ist dann wieder der Halbmeter die optische Einheit. Die Dioptrienscala hat also nicht eine Einheit des Systems, sondern sie disponirt in den verschiedenen Gebieten sogar über 4 Einheiten: 4000, 2000, 1000, 500, wodurch selbstverständlich die so emphatisch proclamirte Einheit der Einmeterlinse völlig in die Brüche geht.

Der Ausdruck «Vierteldioptrie, halbe Dioptrie», wie er hier eingeführt worden ist, beruht daher auf einem entschiedenen Irrthum. Denn die Dioptrie, der Brechwerth, die optische Einheit der Linse von 1 Meter Brennweite ist als solche ein Ganzes, Untheilbares. Viertel, Halbe oder selbst Zehntel kann es davon nicht geben, weil ein halbes Brillenglas niemals die halbe Brechkraft des ganzen Glases annimmt, sondern auch die Scherben einer Brille die Brechkraft der ganzen behalten. Jede Dioptrienscala als Repräsentant der Einheit der Meterlinse kann

daher nur in ganzen Dioptrien fortschreiten, und die Bezeichnung anderer interpolirter Einheiten nach Vierteln und halben Dioptrien ist eine entschiedene mathematische Contradiction. Die sogenannte Dioptrienscala ist vielmehr nichts anderes als eine einfache Quotenserie, welche man ganz unzutreffend als Dioptrie bezeichnet. Die Quote zeigt nemlich an, wie vielmal die Brennweite des Glases als Einheit und Nenner, im Meter als Zähler enthalten ist. Damit ist allerdings der weiteste Spielraum für die Wahl jeder Art von Quoten gegeben. Denn der Meter als Zahl lässt sich durch jede beliebige Zahl dividiren, und man ist daran durch keinerlei optisches Gesetz, durch keine Meterlinse oder Dioptrie gehindert. Aber es ist völlig überflüssig, die Brennweiten in Quoten des Meters auszudrücken, da ja jede im Metermass ausgedrückte Brennweite für sich eine Verhältnisszahl des Meters bedeutet. So beträgt die Brennweite von 7 ℅ doch offenbar 7 Procent des Meters, welcher Letztere hier die offene Einheit des Masses ist: während in der Dioptrienscala nicht der Meter oder gar die Meterlinse die optische Einheit des Systems ist, sondern die jeweilig in der Quote versteckte Brennweite. Es kommen daher in dieser Serie ebenso viele Versteckens spielende Einheiten vor, als Brennweiten vorhanden sind. Denn wenn man die Dioptrie mit D, den Meter mit M, die Brennweite mit B bezeichnet, so ist offenbar $D = \frac{M}{B}$; also $\frac{1}{D} = \frac{B}{M}$. Es muss sich also die Dioptrie erst überschlagen, damit wir zur Einheit des Meters $= \frac{B}{M}$ von der wir ausgegangen sind, wieder zurückgelangen! Das können wir bequemer haben, wenn wir bei der Bezeichnung der Brennweiten im Centimetermass stehen bleiben.

Wenn die Quotenserie mit den versteckten Brennweiten, welche in jedem Falle erst aufgesucht werden müssen, in Vier-

teln, Halben oder Ganzen von Null bis 20 fortschreitet, wie es thatsächlich beliebt wurde: dann kommen zum grössten Theile unendliche Brüche als Brennweiten heraus. Wählt man dagegen ganze Zahlen für die Brennweiten als Grundlage der Serie, so kommen wieder die Quoten allenthalben in Form unendlicher Brüche heraus, und man gelangt in einen Kampf mit laufenden Brüchen, aus welchem es nur durch gewaltsame Umwandlung derselben in ganze Zahlen ein Entkommen gibt. So wird bei $6\,D = \frac{1000}{6}$ die Brennweite 166,66 . . . und durch Abrundung dieses Decimalbruches auf 166 wird wieder die Quote oder Dioptrie $\frac{1000}{166} = 6{,}0240903$ . . . Nun ist es vor Allem geboten, für die Brennweiten ganze Zahlen zu wählen. Denn, wem wird es wohl einfallen, z. B. ein Glas von

$$6{,}5\ D = 153{,}8461\ \ldots\ {}^{m}/_{m}$$

Brennweite thatsächlich herstellen zu wollen, und mit diesem Werthe zu rechnen? Sobald wir aber runde Brennweiten haben — und haben müssen wir sie, — dann wird wieder die Quotenserie entschieden ad absurdum geführt. — Beispielsweise werden die Brennweiten von der 11 bis 18 *D.* von den Freunden der Dioptrie abgerundet: 91, 83, 77, 71, 67, 62, 59, 55. Die auf dieser Grundlage berechneten Quoten sind aber nicht in ganzen Zahlen 11—18, wie angenommen wird, sondern: 10,98 — 12,04 — 12,98 — 14,08 — 14,92 — 16,12 — 16,94 — 18,18, wobei bloss zwei von den laufenden Decimalen ausgerechnet wurden! — Anderntheils müssten, wenn die Quoten in ganzen Zahlen von 11—18 fortschreiten sollen, die Brennweiten sein: 90,90 — 83,33 — 76,92 — 71,41 — 66,66 — 62,5 — 58,82 — 55,55. — In der Dioptrienscala werden nun die unbequemen Decimalen bei den Brennweiten einfach und ohne Umstände vernichtet, und ganze Zahlen hergestellt. Aber diess ist ein unexacter und unverantwortlicher Vorgang, denn er ergibt

eine incorrecte Serie, mit welcher keine genauere optische Rechnung durchführbar ist. So hat ein Emmetrope mit dem Nahpunct von 13 %m eine Accommodationsbreite von $\frac{100}{13} = 7{,}692$ Dioptrien. Aber eine solche *D.* gibt es in der Scala nicht, sondern nur 7 *D* oder 8 *D*. Wählen wir 8 *D*, so ist

$$\frac{100}{8} = 12{,}5.$$

Der Nahpunct müsste demnach nach der Dioptrienscala anstatt in 13, in 12,5 cm. liegen, was incorrect ist, wie man denn dem Emmetropen keinen anderen Nahpunct aufzwingen kann, als den, welchen er thatsächlich besitzt. — So ist die Dioptrienscala geeignet, das ungenaue Rechnen in der ophthalmologischen Praxis recht einzubürgern, und wenn wir die bezüglichen darauf ruhenden Angaben prüfen, so überzeugen wir uns, dass dieselben hie und da wirklich recht schreiende Unwahrheiten enthalten. So heisst es irgendwo: «Ein Emmetrop von 46 Jahren verlangt eine Brille. Er ist 7 (sic!) Jahre älter als 40. Macht $\frac{7}{5} = 1{,}5$ *D*». — Und doch macht $^7/_5$ nicht 1,5, sondern 1,4 *D*. Dabei wird die Brennweite von 71,4 cm. ohne Umstände in 66,6 changirt, was eine Ungenauigkeit von 4,8 cm. in der Brennweite ergibt!

Nach allem dem kann die Dioptrienscala wahrlich nicht ernst genommen werden. Ihre Einführung würde, anstatt einen Fortschritt, eine entschiedene Verwirrung der Sachlage bedeuten. Die Behauptung, dass die Meterlinse die Einheit des Systems der Dioptrie sei, beruht auf einem Irrthume, welchen keinerlei Reclame zu einer mathematischen Wahrheit umzugestalten vermag, und es kann uns nicht zugemuthet werden, dass wir die exacte und bequeme Brennweitenscala unserer Brillengläser einer Quotenserie opfern, welche auf falschen Basen ruht, und mit welcher wir bei allen Rechnungen in die Verwickelung mit un-

endlichen Brüchen gelangen, oder uns die ungenauesten Rechnungsresultate gefallen lassen müssten!

34. Grösse der Retinalbilder beim Accommodationsacte des Emmetropen.

Es wurde oben (15) nachgewiesen, dass sich allgemein das Bild β_1 zum Objecte β verhalte, wie die vordere Brennweite F_1 zur Brennobjectferne l_1 oder wie die vordere Brennweite F_1 zu der um die vordere Brennweite verminderten Objectferne f_1

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{F_1}{l_1} = \frac{F_1}{f_1 - F_1}$$

Bei ruhender Accommodation, wo der Werth der vorderen Brennweite des mittleren emmetropen Auges unverändert $= 15$ bleibt, muss daher für eine Objectferne von 300 m/m sein

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{15}{300 - 15} = \frac{15}{285} = 0{,}052645.$$

Wenn der Emmetrope aber auf eine bestimmte Objectferne accommodirt, so wird allgemein der Brechwerth $\frac{1}{F_1}$ seines Auges durch den inversen Werth der Objectferne erhöht auf den Brechwerth $\frac{1}{B}$

also $$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{F_1} = \frac{1}{B}$$

Es ist daher auch $$B = \frac{f_1 F_1}{f_1 + F_1}$$

wobei B die durch Accommodation geänderte vordere Brennweite bedeutet. Es übergeht also die Grösse des Bildes in

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{B}{f - B}$$

Wenn demnach der Emmetrope auf eine Objectferne von 300 m/m accommodirt, so ist

$$B = \frac{300 \times 15}{300 + 15} = 14,285$$

und $$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{14,285}{300 - 14,285} = 0,049997.$$

Das im accommodirten Auge zu Stande kommende Bild ist also um 0,002648 kleiner als im nicht accommodirten, wobei jedoch festgehalten werden muss, dass im nicht accommodirten Auge für $f_1 = 300$ überhaupt kein deutliches Bild auf der Netzhaut zu Stande kommt, sondern dasselbe 1,184 m/m hinter der Netzhaut befindlich ist, so dass auf der Netzhaut ein Zerstreuungsbild entsteht.

Der Unterschied der Grösse der Retinalbilder im accommodirten und nicht accommodirten Auge ist übrigens so gering, dass er im Allgemeinen für grössere Objectfernen vernachlässigt werden kann. Derselbe beträgt nemlich z. B. für die Objectferne eines Meters bloss 0,0002, also $\frac{1}{5000}$ und wird für noch grössere Objectfernen geradezu verschwindend klein.

35. Grösse der Retinalbilder bei Axenmyopie.

Im axenmyopen mittleren Auge, dessen Fernpunct z. B. 300 m/m beträgt, ist (21) die Brennobjectferne

$$l_1 = f_1 - F_1 = 300 - 15 = 285$$

also die Brennbildweite $l_2 = \frac{337,5}{285} = 1,184\ldots$, daher die Axenlänge $A = 22,5 + 1,184 = 23,684$ beträgt. Es ist also

$$\frac{2}{300} + \frac{3}{23,684} = \frac{1}{300} + \frac{1}{15,789} = \frac{1}{15}$$

Das heisst: Die vordere Brennweite dieses Auges ist unverändert geblieben, und das Retinalbild hat für ruhende Accommodation dieselbe Grösse wie im emmetropen Auge. Das Retinalbild ist also für $f_1 = 300$, auch

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{F_1}{l_1} = \frac{15}{285} = 0{,}052645.$$

Aber es ist um 0,002648 grösser als im emmetropischen Auge, welches auf 300 m/m accommodirt ist.

Auch im accommodirten axenmyopischen Auge muss diess Verhältniss nahezu dasselbe bleiben, und man kann daher sagen, dass die Retinalbilder bei *AM* allgemein grösser sind, als jene des emmetropen Auges.

Denn, wenn z. B. der Emmetrope auf 200 m/m accommodirt, so wird

$$B = \frac{200 \times 15}{200 + 15} = 13{,}95 \;.\;.\; \text{also } \frac{\beta_1}{\beta} = \frac{13{,}95}{200 - 13{,}95} = 0{,}074.$$

Wenn dagegen der Axenmyop 30 cm. auf 200 m/m accommodirt, so ist

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{200} + \frac{1}{15{,}789} = \frac{1}{14{,}633}.$$

also
$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{14{,}633}{200 - 14{,}633} = 0{,}0789.$$

Das Retinalbild des *AM* 30 ist daher 0,004 grösser als jenes des *E*, wenn beide auf 20 cm. accommodiren.

36. Grösse der Retinalbilder bei Axenhyperopie.

Wenn ein *AH* accommodationstüchtig ist (facultative Hyperopie), so wird, wenngleich die Retinalbilder desselben bei ruhender Accommodation sich mit jenen anderer nicht vergleichen lassen, doch bei Accommodationsspannung eine solche Vergleichung möglich sein.

Es wird für eine *AH*, wo die Axenlänge 21 beträgt, bei der Accommodation auf 300 m/m

$$\frac{1}{300} + \frac{1}{14} = \frac{1}{13{,}37}$$

also
$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{13{,}37}{300 - 13{,}37} = 0{,}0466.$$

Die Bilder sind also beim AH, welcher auf 300 Objectferne accommodirt, um 0,0033 kleiner, als im emmetropen auf 300 accommodirten Auge, und sogar um 0,016 kleiner als beim AM 30.

37. Grösse der Retinalbilder bei Krümmungsmyopie.

Bei KM, wo $f_1 = 300$ wird, ist

$$\frac{2}{300} + \frac{3}{22,5} = \frac{1}{r}$$

der Radius dieses Auges beträgt also 7,14 nahe; daher die vordere Brennweite $F_1 = 14,28$ und es ist also bei 300 Objectferne

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{F_1}{l_1} = \frac{14,28}{285,72} = 0,05 \text{ nahe.}$$

Das Retinalbild ist also nahe gleich gross als jenes des auf 300 accommodirten E, aber um 0,002645 kleiner als jenes des AM von gleichem Grade der Myopie.

38. Grösse der Retinalbilder bei Krümmungshyperopie.

Bei KH, wo $f_1 = -300$ wird, ist

$$\frac{3}{22,5} - \frac{2}{300} = \frac{1}{r}$$

der Radius dieses Auges beträgt daher 7,9 nahe und die vordere Brennweite 15,8.

Wenn dieses Auge auf 300 accommodirt, so ist

$$\frac{1}{300} + \frac{1}{15,8} = \frac{1}{15}$$

Es ist also

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{15}{285} = 0,052645.$$

Die Bilder sind also um 0,002645 grösser, als im emmetropen, auf 300 accommodirten Auge.

39. Grösse der Retinalbilder im axenmyopischen Brillenauge.

Aus den voranstehenden Erörterungen hat sich ergeben, dass die Grösse der Retinalbilder beim Accommodationsacte und den verschiedenen refractorischen Anomalien nicht erheblich schwanke, und dass die Differenzen allgemein lediglich um den Werth von $\frac{1}{500}$ bis $\frac{1}{150}$ m/m stehen. Es müssen daher ähnliche Verhältnisse auch beim Brillenauge vorkommen, welches ja das in ein emmetropes verwandelte ametrope Auge darstellt.

Das Auge von *AM* 30 hat eine Axenlänge *A*

$$\frac{2}{300} + \frac{3}{A} = \frac{1}{7,5}, \text{ also } A = 23,68\ ,\ .\ .$$

Der Brechwerth $\frac{1}{15,78}$ nahe ist also für dieses Auge gefordert, damit dasselbe emmetropisch functionire, denn

$$\frac{1}{300} + \frac{1}{15,78} = \frac{1}{15} \text{ nahe.}$$

Durch die Zerstreuungsbrille muss somit der Brechwerth $\frac{1}{15}$ auf $\frac{1}{15,78}$ sinken, und wenn das *B*-Auge auf 300 accommodirt, so erhebt sich sein Brechwerth auf $\frac{1}{15}$.

Es wird $$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{15,78}{300 - 15,78} = 0,0555,$$

während bei *E* und Accommodation für 300

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{14,285}{300 - 14,2\ .\ .} = 0,05.$$

Das Netzhautbild des auf 300 accommodirten *AMB* ist also um 0,0055 grösser, als jenes des accommodirten *E*, und die Brille vergrössert demnach die Retinalbilder.

40. Grösse der Retinalbilder im axenhyperopen Brillenauge.

Das Auge von *AH* 30 hat eine Axenlänge *A*

$$\frac{3}{A} - \frac{2}{300} = \frac{1}{7{,}5} \text{ also } A = 21{,}42\ .\ \ .$$

Es ist also der Brechwerth $\frac{3}{2 \times 21{,}42} = \frac{1}{14{,}28}$ für dieses Auge gefordert, damit es emmetropisch functionire, denn

$$\frac{1}{14{,}28} = \frac{1}{15} + \frac{1}{300}$$

Es wird also bei der Accommodation für 300

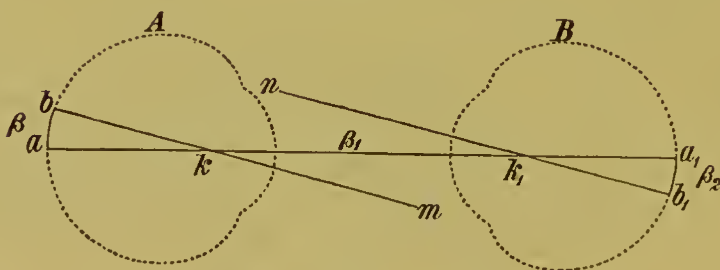
$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{14{,}28}{300 - 14{,}28} = 0{,}05$$

und daher keine merkbare Aenderung in der Grösse der Bilder, im Vergleiche mit Emmetropen hervorgebracht.

41. Die ophthalmoskopische Vergrösserung im aufrechten Bilde.

a) Untersuchung des Emmetropen durch einen Emmetropen.

Fig. 10.



Hier verhalten sich die Netzhautbilder wie die Abstände der Knotenpuncte von der Netzhaut. Wenn diese gleichwerthig sind (was allerdings nicht immer der Fall ist), so ist auch das Netzhautbild im Auge des Beobachters von gleicher Grösse wie das Object.

Denn wenn von den Puncten ab der Netzhaut des Auges A, welches emmetropisch eingestellt ist, parallele Lichtstralen aus dem Auge kommen, so ist bkm der Richtungsstral für den Punct b, und ein demselben paralleler Stral $b_1 k_1 n$ fällt im Puncte b_1 auf die Netzhaut des Auges B, wo demnach das umgekehrte Bild des Punctes b ist. Ebenso ist a_1 das Bild des Punctes a und wenn $ak = a_1 k$, so ist auch $a_1 b_1 = ab$.

Es ist nemlich

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{\infty}{15} \text{ und } \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{15}{\infty}, \text{ also } \beta_2 = \frac{15}{15} \cdot \frac{\infty}{\infty} = 1.$$

Nun ist nach optischen Gesetzen allgemein Object und Bild von gleicher Grösse, wenn die Objectferne gleich der doppelten Brennweite wird. (15.) Durch die als Loupe wirkenden collectiven Medien des untersuchten mittleren Auges wird daher dessen Netzhaut gleichsam in $2\,F_1 = 30$ m/m Entfernung vor das Auge des Beobachters verschoben, diesem Auge also so sehr genähert, dass es dieselbe bei entspannter Accommodation unter einem viel grösseren Gesichtswinkel als gewöhnlich betrachten kann.

Es kommt also Alles darauf an, zu erklären, unter welchem Gesichtswinkel, oder bei welcher Entfernung wir gewöhnlich ein Object von den Details der blosliegenden Netzhaut anschauen oder untersuchen können, um einen Massstab für die Vergrösserung bei dieser Art Loupenuntersuchung zu gewinnen.

Wir müssen die normale Sehschärfe oder Sehweite für Objecte von beiläufig 1 m/m Durchmesser mit der Loupenannäherung des Objectes, und die diesen Entfernungen entsprechenden Bilder mit einander vergleichen.

Wenn ein 1 m/m grosses Object in 2 F_1 Entfernung vom Auge, oder in 1 F_1 Entfernung vom vorderen Brennpuncte F_1 steht, wenn also die Brennobjectferne $l_1 = F_1$ ist, so ist sein

Retinalbild $\beta_1 = 1$ m/m. Wird $l_1 = 2\ F_1$ so ist $\beta_1 = \frac{1}{2}$, wenn $l_1 = 3\ F_1$ so ist $\beta_1 = \frac{1}{3}$ u. s. w. Beträgt nun die deutliche Sehweite des mittleren Auges, vom vorderen Brennpunct gerechnet, $20\ F_1 = 300$, so ist in dieser Entfernung die Grösse des Bildes $\frac{F_1}{l_1} = \frac{15}{300} = \frac{1}{20} = 0{,}05$.

Die Sehnerven-Papille des Untersuchten von 1,5 Grösse würde in dieser Entfernung ein $1{,}5 \times 0{,}05 = 0{,}075$ grosses Retinalbild auf der Netzhaut des Untersuchenden geben. Ist nun aber bei der Loupenuntersuchung das Bild derselben 1,5 gross, so beträgt die Loupenvergrösserung $\frac{1{,}5}{0{,}075} = 20$, und auf einem à double vue in 300 m/m Entfernung vom vorderen Brennpuncte aufgestellten Massstabe muss dieses Retinalbild $1{,}5 \times 20 = 30$ m/m des Massstabes decken.

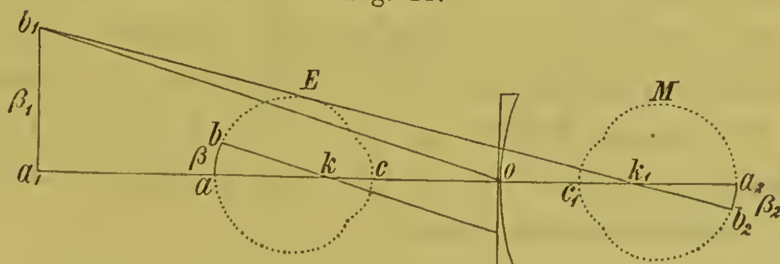
Es liegt hier offenbar der eigenthümliche Fall vor, dass bei der Loupenuntersuchung das Auge des Beobachters von parallelen Lichtstralen eines Objectes getroffen wird, welches aber nicht in ∞, wie es eigentlich gefordert wird, liegt, sondern in der scheinbaren Entfernung von 30 m/m, welche auf jene von 300 m/m bezogen wird. Es ist desshalb die Vergrösserung auch nicht $= \infty$, sondern sie ist bloss eine 20fache. Aber weil das Auge von parallelen Stralen getroffen wird, erhält es ohne Anspruchname der Accommodation ein deutliches Bild von dem auf 30 m/m genäherten Objecte. Wir haben es daher mit einer optischen Täuschung zu thun, welche durch die Loupenuntersuchung entsteht. Die parallelen, unser Auge treffenden Lichtstralen würden uns berechtigen, das Object als unendlich verkleinert anzunehmen, da es ja in unendlicher Entfernung liegen müsste. Aber das Retinalbild ist nicht verkleinert, sondern in dem Grade vergrössert, als ob das Object aus der deutlichen

Sehweite von 300 auf die Entfernung von 30 m/m verschoben wäre. Diese Täuschung wird à double vue manifestirt. Denn, wenn das freie Auge auf den in 300 m/m Entfernung stehenden Massstab accommodirt, muss auch das ophthalmoscopirende Auge im selben Momente auf diese Entfernung accommodiren, und das Retinalbild der Papille des Untersuchten muss in myopischen Zerstreuungskreisen erscheinen, weil eine gleichzeitige Einstellung auf ∞ und 300 m/m unmöglich ist!

Die oben angenommene Vergrösserung von 20 ist übrigens keine constante, weil die deutliche Sehweite bei verschiedenen Individuen mit der vorderen Brennweite wechselt. Desshalb kann auch die heute beliebte Annahme einer deutlichen Sehweite von 8 Zoll (216 m/m) für die Betrachtung kleiner Objecte nur mit einem Reservat gelten. Die Vergrösserung kann allerdings nicht bis in's Unendliche gesteigert werden, denn die Sehschärfe jedes Auges hat eine endliche Grenze. Aber unter günstigen Umständen kann dss Distinctionsvermögen der Netzhaut selbst über Retinalbilder von $0{,}05 = \frac{1}{20}$ hinausgehen, und die deutliche Sehweite daher mehr als 11,5 Zoll (315 m/m) betragen, so dass die äusserste Grenze der Sehweite nicht in 8 Zoll, sondern bis in 12,5 (337,5 m/m) angenommen werden kann.

b) Untersuchung eines Emmetropen *E* durch einen Axenmyopen *AM.*

Fig. 11.



Wenn ein *AM* von 1,6 Axenverlängerung einen *E* untersucht, so muss er zunächst sein Auge durch eine passende

Concavbrille für die aus dem Auge E kommenden parallelen Lichtstralen einrichten. Es ist für das mittlere Auge, wenn $l_2 = 1{,}6$ ist, $l_1 = \frac{337{,}5}{1{,}6} = 210$, daher die Concavbrille 21 cm. in der Entfernung $oc_1 = 15$ $^m/_m$ corrigirt.

Die Axenlänge des Auges M beträgt $22{,}5 + 1{,}6 = 24{,}1$ und $k_1 a_2 = 24{,}1 - 7{,}5 = 16{,}6$. Die von dem Objecte

$$ab = \beta = 1$$

des Auges E kommenden parallelen Lichtstralen werden durch das Brillenglas o so zerstreut, dass ihr imaginärer Vereinigungspunct sich in $a_1 b_1$, in der Brennweite $a_1 o$ der Brille von 21 cm. befindet. Dadurch ist das AMB in ein emmetropes verwandelt, und die von $a_1 b_1 = \beta_1$ kommenden Lichtstralen vereinigen sich in $a_2 b_2 = \beta_2$ auf seiner Netzhaut.

Es ist also $$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{a_1 o}{ak} = \frac{210}{15} = 14$$

und $$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{a_2 k_1}{a_1 k_1} = \frac{16{,}6}{210 + 22{,}5}; \text{ also } \beta_2 = \frac{16{,}6 \times 14}{232{,}5} = 1.$$

Das Retinalbild ist somit von gleicher Grösse wie das Object, und die Vergrösserung des Retinalbildes in M ist eine 14malige. Die Papille von 1,5 Grösse muss also in $a_1 b_1$ à double vue von der Grösse $14 \times 1{,}5 = 21$ erscheinen.

Würde der AM weiter als nach a_1 projiciren, so möchte das Retinalbild undeutlich werden, aber er kann eventuell auch näher hin projiciren, wenn seine Accommodation valide ist, wodurch die scheinbare Vergrösserung geringer würde. Der Werth der mathematischen Vergrösserung bleibt aber immer für unseren Fall = 14, und wird durch die Lage des Fernpunctes bestimmt, für welche die Brennweite der Brille passend gewählt werden musste.

c) Untersuchung des *E* durch einen Krümmungsmyopen *KM*.

Setzen wir in Fig. 11 für *AM* eine *KM* des mittleren Auges von $l_2 = 1{,}6$, so ist die hintere Brennweite desselben $F_2 = 22{,}5 - 1{,}6 = 20{,}9$, somit der Krümmungsradius

$$r = \frac{20{,}9}{3} = 6{,}966 = 7$$

und die vordere Brennweite $F_1 = 2r = 13{,}933$; daher

$$a_2 k_1 = 22{,}5 - 7 = 15{,}5.$$

Das Brennweitenproduct ist 291,2, und es muss somit die Concavbrille 29,1 cm. in 14 m/m vor dem *KM* Auge stehen damit es emmetropisch functionire. Es ist also

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{291}{15} = 19{,}4 \text{ und } \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{k_1\, a_2}{k_1\, a_1} = \frac{15{,}5}{313} \text{ und}$$

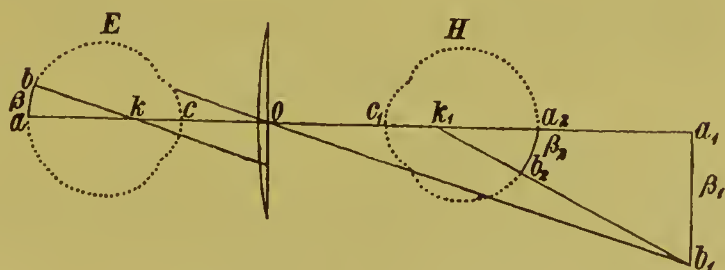
$$\beta_2 = \frac{15{,}5 \times 19{,}4}{313} = \frac{300{,}7}{313} = 0{,}960.$$

Das Retinalbild ist also kleiner als das Object, und die Papille wird $1{,}5 \times 0{,}96 = 1{,}44$ gross sein. A double vue muss sie in a_1 auf die Entfernung von 30,6 cm. erscheinen

$$1{,}44 \times 19{,}4 = 28 \text{ m/m gross.}$$

d) Untersuchung des *E* durch einen Axenhyperopen *AH*.

Fig. 12.



Wenn ein *AH* einen *E* untersucht, so muss er vorerst sein Auge durch eine passende Convexbrille neutralisiren. Beträgt die Axenverkürzung $l_2 = -1{,}6$, so ist

$l_1 = -\frac{337,5}{1,6} = -210$, daher die Convexbrille 21 cm. n der Entfernung $oc_1 = 15$ corrigirt. Die Axenlänge des Auges *II* beträgt $22,5 - 1,6 = 20,9 = 21$ nahe, also $a_2 k_1 = 13,5$.

Die von dem Objecte $ab = \beta = 1$ des *E* kommenden parallelen Lichtstralen werden von dem Glase *o* so gesammelt, dass ihr Vereinigungspunct sich in $a_1 b_1$, in der Brennweite oa_1 der Brille befindet. Dadurch ist *AH* in ein emmetropes Auge verwandelt, und die von $a_1 b_1$ kommenden Lichtstralen vereinigen sich in a_2 b_2 auf seiner Netzhaut. Es ist also

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{210}{15} = 14 \text{ und } \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{13,5}{210 - 22,5};$$

daher $$\beta_2 = \frac{13,5 \times 14}{187,5} = 1 \text{ nahe.}$$

Das Retinalbild ist somit von gleicher Grösse wie das Object, und die Vergrösserung ist eine 14malige. Die Papille von 1,5 Grösse muss also à double vue von der Grösse $14 \times 1,5 = 21$ erscheinen.

c) Untersuchung des *E* durch einen Krümmungs-hyperopen *KH*.

Setzen wir in Fig. 12 an Stelle von *AH* eine *KH* des mittleren Auges von $l_2 = 1,6$, so ist die hintere Brennweite dieses Auges $F_2 = 22,5 + 1,6 = 24,1$, der Radius

$$r = \frac{24,1}{3} = 8,03$$

und die vordere Brennweite $F_1 = 16,06$, also $F_1 F_2 = 387$. Es muss also $+$ 38,7 cm. corrigiren, und 16,06 vor dem Auge stehen, und $a_2 k_1 = 22,5 - 8 = 14,5$.

Es ist somit

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{387}{15} = 25,8; \text{ und } \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{14,5}{363};$$

also $$\beta_2 = \frac{14{,}5 \times 25{,}8}{363} = \frac{374}{363} = 1{,}03.$$

Das Retinalbild ist also etwas grösser, und die Papille 1,545 gross, daher à double vue in 27 cm. Entfernung nahe 40 m/m gross.

42. *a)* Untersuchung des Axenmyopen *AM* durch einen Emmetropen *E*.

Wir haben hier das umgekehrte Verhältniss von (Fig. 11.) Wenn ein *AM* von 1,6 Axenverlängerung durch einen *E* untersucht wird, so muss der *E* durch eine passende Concavbrille den *AM* in einen *E* verwandeln. Es ist für das mittlere Auge, wenn $l_2 = 1{,}6$ ist, $l_1 = \frac{337{,}5}{1{,}6} = 210$, und wenn die Concavbrille in der Entfernung $oc_1 = 30$ vor dem *AM* steht, muss ihre Brennweite sein

210 — 15 = 195. Die von dem Objecte $a_2 b_2 = \beta_2 = 1$ des *AM* kommenden, nach $a_1 b_1$ convergirenden Stralen werden durch das Brillenglas *o* so zerstreut, dass sie aus convergirenden in parallele Stralen umgewandelt werden. Dadurch ist *E* in den Stand gesetzt, die von $a_2 b_2$ kommenden Stralen auf seiner Netzhaut zu vereinigen.

Es ist also

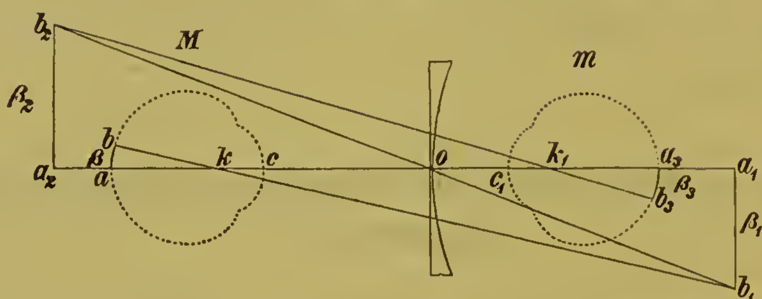
$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{a_1\ k_1}{a_2\ k_1} = \frac{232{,}5}{16{,}6} = 14; \text{ und } \frac{\beta}{\beta_1} = \frac{15}{195};$$

daher $$\beta = \frac{15 \times 14}{195} = \frac{210}{195} = 1{,}076.$$

Das Retinalbild β ist somit etwas grösser, bedingt durch die Aenderung der Distanz. Die Papille des *M* wird, wenn sie 1,5 gross ist, 1,6 gross erscheinen, und à double vue wird sie in 14 F_1 Entfernung 22,6 gross sein.

b) Untersuchung des *AM* durch einen Axenmyopen.

Fig. 13.



Wenn sowohl der Untersuchende m als Untersuchende M myopisch ist, dann finden wir die zur Correction nöthige Brennweite p Concavbrille nach der allgemeinen Formel

$$\frac{1}{p} = -\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right)$$

In unserem Falle ist für die in o stehende Concavbrille die Objectferne a negativ, indem die aus dem Auge M von ab kommenden Lichtstralen nach $a_1 b_1$ convergiren. Bezeichnen wir die Sehweite $a_1 c$ des Auges M mit S, und seine Distanz von der Brille mit d, so ist für die Brille die Objectferne

$$a = oa_1 = -(S - d).$$

Ebenso ist die Bildweite $\alpha = a_2 o$ negativ, und bedeutet die um die Distanz d_1 verminderte Sehweite S_1 des Auges m. Es ist daher

$$-p = \frac{(S - d)(S_1 - d_1)}{(S - d) + (S_1 - d_1)}$$

Beträgt also $S - d$ und ebenso $S_1 - d_1$ den Werth von 300 m/m und beträgt die Distanz in beiden Augen 15 m/m, so ist $p = 150$ m/m oder nahe 5 Zoll.

Die Grösse der Retinalbilder berechnet sich nun folgendermassen: In beiden Augen ist $l_1 = 300$, also $l_2 = \frac{337{,}5}{300} = 1{,}125$, daher ak und $a_1 k_1 = 16{,}125$, also $\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{322{,}5}{16{,}125} = 20$. Ebenso

ist für die Brille die Objectferne gleich der Bildweite und beide sind negativ, also $\beta_1 = \beta_2$.

Es muss daher auch $\beta_3 = \beta$ sein, und das Retinalbild ist abermals gleich gross wie das Object. Die Vergrösserung ist eine 20fache, und die Papille muss à double vue in der Entfernung von 315 m/m = 20 × 1,5 = 30 m/m gross erscheinen.

Wenn die Myopie in *M* und *m* von ungleichem Grade ist, und ebenso die Distanzen ungleich sind, dann wird das Resultat anders ausfallen.

Untersucht ein *m* 33,75 einen *M* 16,87, und die Brille steht für *m* in 15, für *M* in 30 m/m Distanz, so ist

$$ak = 17,\quad ca_1 = 168{,}7,\quad co = 30,\quad oa_1 = 138{,}7,\quad a_3 k_1 = 16,$$
$$c_1 b_2 = 337{,}5,\quad ob_2 = 322{,}5,\quad oc_1 = 15,$$

also ist $\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{168{,}7 + 7{,}5}{17} = 10{,}3$ und $\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{337{,}5 - 15}{168{,}7 - 30}$, also $\beta_2 = 23{,}69$. Daher $\frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{16}{337{,}5 + 7{,}5}$, also $\beta_3 = 1{,}08974$.

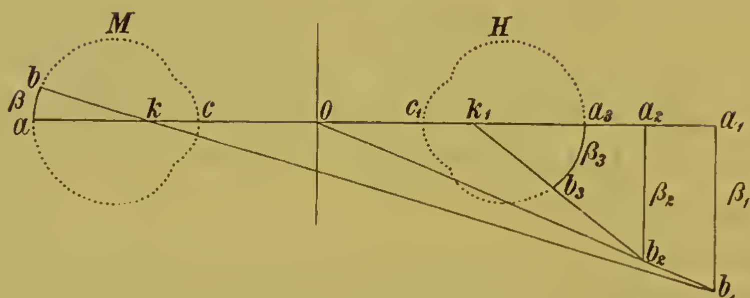
Das Retinalbild β_3 ist also 1,08974 grösser als das Object, und die Papille von 1,5 gibt ein 1,634 grosses Retinalbild, die Vergrösserung ist eine 21,8malige. A double vue müsste für das Auge *m* das Papillenbild in 337,5 Distanz 36 m/m gross erscheinen. Für eine Projection in geringerer Distanz würde allerdings die Vergrösserung à double vue geringer ausfallen, und könnte hiezu auch eine schwächere Brille gewählt werden.

Die Correctionsbrille für unseren Fall ist

$$p = \frac{(168{,}7 - 30)\,(337{,}5 - 15)}{(168{,}7 - 30) + (337{,}5 - 15)} = 97 \text{ oder nahe } 3\,^1\!/_2 \text{ Zoll.}$$

c) Untersuchung des *AM* durch einen Axenhyperopen *AH.*

Fig. 14.



Hier kann offenbar der Fall vorkommen, dass sich die beiden Refractionsfehler gegenseitig neutralisiren, so dass keine Correctionsbrille nöthig wird.

Wenn keine Neutralisation stattfindet, dann muss der Hyperop vorerst sein Auge entweder durch eine Concav- oder Convexbrille corrigiren.

Wenn *AM* 30 und *AH* 20 in der Distanz 10 sich befinden, so findet vollständige Neutralisation statt. Wenn dagegen *AM* 30 und *AH* 30 in der Distanz 10 sich befinden, dann muss die Differenz von 10 cm. durch eine Convexbrille $\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{60}$ cm. ausgeglichen werden, umgekehrt durch eine Concavbrille $\frac{1}{60}$.

Wenn in Fig. 14 *ab* eine Retinalpartie in dem *AM* ist, so ist in $a_1\,b_1$ ihr Luftbild. Hat das Auge *AM* eine Axenverlängerung von 1 m/m, so ist

$$ak = 15 + 1 = 16 \text{ und } ca_1 = 337{,}5 + 15 = 352{,}5.$$

Der Radius *ck* dieses mittleren *AM* ist $= 7{,}5$ geblieben. Es ist also

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{a_1\,k}{ak} = \frac{360}{16} = 22{,}5.$$

Durch die Convexbrille *o* werden nun die von $a_1\,b_1$ kommenden Lichtstralen nach $a_2\,b_2$ vereinigt, und es ist, wenn das

Auge AH eine Axenverkürzung von 2 m/m hat, für dieses Auge $l_1 = 178{,}75$, also muss auch für die 15 m/m vor dem Auge AH stehende Brille $oa_2 = 178{,}75$ sein. Wenn die Distanz derselben von dem AM Auge 30 m/m beträgt, so ist $oa_1 = 322{,}5$, also

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{oa_2}{oa_1} = \frac{178{,}75}{322{,}5} \text{ und } \beta_2 = 12{,}47.$$

Die von $a_2\, b_2$ kommenden Stralen werden jetzt durch das Auge AH so gebrochen, dass sie sich auf der Netzhaut in $a_3\, b_3$ vereinigen und es ist

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{k_1\, a_3}{k_1\, a_2} = \frac{13}{156{,}25}, \text{ also } \beta_3 = 1{,}6211.$$

Die Vergrösserung ist also sehr erheblich und beträgt $\frac{1{,}6211}{0{,}05} = 32{,}4$. Das Bild der Papille von 2,431 wird à double vue erscheinen $12{,}47 \times 2{,}431 = 30{,}31$.

43. *a)* Untersuchung des Axenhyperopen *AH* durch einen Emmetropen *E.*

Diess ist der umgekehrte Fall von Fig. 12 und es muss die AH durch eine passende Convexbrille neutralisirt werden. Beträgt die Axenverkürzung $l_2 = -1{,}6$, so ist $l_1 = -\frac{337{,}5}{1{,}6} = -210$, und die Convexbrille 21 würde corrigiren, wenn sie 15 m/m vor dem AH steht. Wird die Brille aber 30 m/m vom Auge AH gestellt, so muss sie 22,5 cm. Brennweite haben. Nunmehr ist $k_1 a_2 = 15 - 1{,}6 = 13{,}4$ und

$$k_1 a_1 = 225 - 37{,}5 = 187{,}5.$$

Es ist also

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{k_1\, a_1}{k_1\, a_2} = \frac{187{,}5}{13{,}4} = 14 \text{ nahe, und } \frac{\beta}{\beta_1} = \frac{ak}{a_1\, o} = \frac{15}{225};$$

daher $\beta = \frac{15 \times 14}{225} = \frac{210}{225} = 0{,}933$. Das Retinalbild der Pa-

pille des H ist also verkleinert, und bloss 1,4 gross, und wird à double vue $14 \times 1{,}4 = 19{,}6$ erscheinen.

b) Untersuchung des *AH* durch einen Axen-myopen *AM*.

Diess ist der umgekehrte Fall von Fig. 14, und es kann abermals der Fall vorkommen, dass gegenseitige Neutralisation stattfindet. Wenn diess nicht geschieht, dann muss entweder eine Concav- oder Convexbrille zur Correction gewählt werden. Wir wollen hier ein Beispiel anführen, wo ein Concavglas nöthig ist.

Wenn (Fig. 14) *AH* 33,75 besteht, also $c_1 a_2 = 337{,}5$ ist, und es wird dieses Auge durch den *AM* 18,37 untersucht, so dass $ca_1 = 183{,}7$ ist, dann ist die Axenverlängerung des $AM : l_2 = 2$ und $ak = 17$; die Axenverkürzung des *AH* ist $l_2 = -1$, also $a_3 k_1 = 14$. Wenn die beiden Augen 45 m/m von einanderstehen, und der Brillenabstand vom *AM* Auge $co = 15$ und jener vom *AH* Auge $c_1 o = 30$ beträgt, so ist die Objectferne für die Brille $a_2\, o = 367{,}5$ und die Bildweite muss sein $oa_1 = 168{,}7$, also muss die Zerstreuungsbrille 31 cm. (31,18) gewählt werden.

Es ist also $\frac{\beta_2}{\beta_3} = \frac{k_1\, a_2}{k_1\, a_3} = \frac{330}{14} = 23{,}5$ und

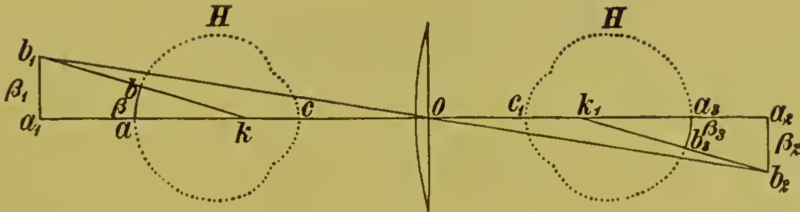
$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{oa_1}{oa_2} = \frac{168{,}7}{367{,}5}, \text{ also } \beta_1 = 10{,}79 \text{ und } \frac{\beta}{\beta_1} = \frac{ka}{ka_1} = \frac{17}{191{,}2}$$

daher $$\beta = 0{,}95.$$

Das Retinalbild von *AH* erscheint also im *AM* um 0,95 verkleinert und die Papille ist 1,425 gross. Sie wird à double vue in $a_1\, b_1$ gross sein $1{,}425 \times 11{,}2 = 16$.

c) Untersuchung des *AH* durch einen Axenhyperopen.

Fig. 15.



Wenn *AH* durch *ah* untersucht wird, und die beiderseitige *H* 32,25 und die Distanz der Convexbrille von *AH* beträgt 35, jene vom *ah* aber 15 m/m, so ist für die Brille die Objectferne $a_1 o = 322{,}5 + 35 = 357{,}5$ und die Bildweite

$$oa_2 = 322{,}5 + 15 = 337{,}5,$$

also die inverse Brennweite der Brille

$\frac{1}{337{,}5} + \frac{1}{357{,}5} = \frac{1}{173{,}6}$. Die Brennweite der Convexbrille beträgt demnach nahe 6,5 Zoll. Die Axenverkürzung beträgt beiderseits 1 m/m, also $ak = a_3 k_1 = 14$ m/m.

Es ist nun $\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{a_1 k}{ak} = \frac{322{,}5 - 7{,}5}{14} = \frac{315}{14} = 22{,}5$ und

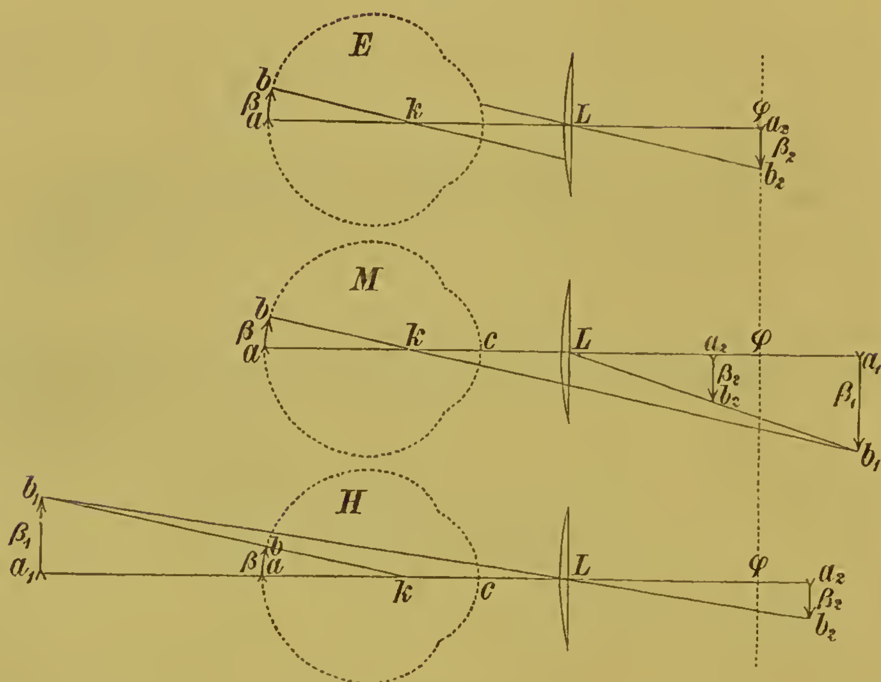
$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{a_2 o}{a_1 o} = \frac{337{,}5}{357{,}5}, \text{ also } \beta_2 = 21{,}01, \text{ daher}$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{k_1 a_3}{k_1 a_2} = \frac{14}{315}, \text{ also } \beta_3 = 0{,}933.$$

Das Bild der Papille ist also $0{,}933 \times 1{,}5 = 1{,}4$ gross, und die Vergrösserung beträgt $\frac{0{,}933}{0{,}05} = 18{,}66$. Das Papillenbild wird à double vue $1{,}4 \times 21{,}01 = 29{,}414$ gross sein in der Distanz von 32 cm.

44. Ophthalmoskopische Untersuchung im umgekehrten Bilde.

Fig. 16.



Bei dieser Art der Untersuchung wird in eine bestimmte Distanz $d = kL$ von dem Auge einer Convex-Linse L, welche eine kurze Brennweite (am besten von 5 cm.) besitzt, aufgestellt, und durch diese von dem Objecte $ab = \beta$ der Netzhaut ein umgekehrtes Luftbild $a_2 b_2 = \beta_2$ erzeugt, welches der Beobachter aus der Entfernung seiner deutlichen Sehweite unmittelbar betrachtet.

A) L a g e d e s B i l d e s β_2. Wenn man die Entfernung des Luftbildes von der Linse $La_2 = \alpha$, also die Bildweite der Linse sucht, so ist

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

wobei p die Brennweite der Linse, und a die Objectferne bedeutet. Es sind nun hier drei Fälle möglich.

a) Für die Untersuchung des Emmetropen E, ist, weil parallele Stralen vom untersuchten Auge auf die Linse gelangen,

die Objectferne $a = \infty$, also die Bildweite α gleich der Brennweite p der Linse. Ist also $p = 5$ cm., so ist auch $\alpha = La_2 = 5$; denn es ist $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{p}$.

b) Für die Untersuchung des Myopen *M*, wo convergirende Stralen auf die Linse gelangen, ist die Objectferne a negativ, also $a = - a_1 L$. Nun ist dieser Werth gleich der Sehweite S des Myopen, vermindert um die Distanz d des Auges von der Linse, also

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{-(S-d)} = \frac{1}{p} + \frac{1}{S-d}$$

Wenn $p = 5$ cm. und $d = kL = 2$ cm. und $S = 20$ cm. ist, so wird

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{5} + \frac{1}{18} = \frac{1}{3,91}$$

Das Bild β_2 liegt demnach rund 4 cm. hinter der Linse

c) Für die Untersuchung des Hyperopen *H* 20, wo divergirende Stralen auf die Linse *L* gelangen, ist die Objectferne a positiv und $a_1 L = S + d$, also

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{S+d}$$

Beträgt die $H = a_1 c = 20$ cm. und die Distanz 2 cm., so ist

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{5} - \frac{1}{22} = \frac{1}{6,48}$$

Das Bild β_2 liegt also rund 6,5 cm. hinter der Linse.

B) V e r g r ö s s e r u n g. *a)* Für Emmetropie *E* ist

$$\frac{\beta_2}{\beta} = \frac{p}{ak}$$

Beträgt also $p = 5$ und $ak = 1,5$ cm., so ist die Vergrösserung

$$\beta_2 = \frac{5}{1,5} = 3,33.$$

Das Papillenbild wird in diesem Falle 6 $^m/_m$ gross sein.

b) Für Myopie *M* 20 wo $ka_1 = 207{,}5$ und $ka = 16{,}8$ ist, wird

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{ka_1}{ka} = \frac{207{,}5}{16{,}8} = 12{,}3$$

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{La_2}{La_1} = \frac{\alpha}{S - d} = \frac{4}{18}$$

also beträgt die Vergrösserung

$$\beta_2 = \frac{4 \times 12{,}3}{18} = 2{,}73$$

und das Papillenbild wird 4 m/m gross sein.

c) Für Hyperopie *H* 20, wo $ka_1 = 192{,}5$ und $ak = 13{,}5$ beträgt, ferner $\alpha = 6{,}5$ und $d = 15$

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{a_1 k}{ak} = \frac{192{,}5}{13{,}5} = 14{,}2$$

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{L\,a_2}{L\,a_1} = \frac{64{,}5}{215}$$

also beträgt die Vergrösserung

$$\beta_2 = 4{,}2.$$

Das Papillenbild wird 6,3 m/m gross sein.

Im Allgemeinen ist daher die Vergrösserung bei *M* geringer und bei *H* grösser als bei *E*.

C) Bestimmung des Refractionszustandes im umgekehrten Bilde. Da wir bei dieser Art von Untersuchung allgemein mit der Gleichung $\frac{1}{p} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ rechnen, und sich das in f_2 hinter der Sammellinse entstehende umgekehrte Bild mittelst eines Schirmes oder Gitters auffangen, und f_2 mittelst einer Scala messen lässt, so kann auch, weil p und f_2 bekannt sind, der Werth von f_1 oder die implicirte Sehweite des Untersuchten berechnet werden. Denn es ist allgemein $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f_2}$ und für Myopie ist $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p}$.

Sei also $p = 5$ und $f_2 = 4$ so ist $f_1 = 20$, und da f_1 die um die Distanz d des Auges von der Linse verminderte Seh-

weite S bedeutet, so ist, wenn $d = 2$ ist, $f_1 = S - d$, also $S = f_1 + d = 22$ cm. Wir haben also M 22.

Für Hyperopie ist $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f_2}$. Ist also $p = 5$ und $f_2 = 6{,}5$, so ist $f_1 = 21{,}66$, und da f_1 die um die Distanz vermehrte Sehweite bedeutet, so ist, wenn $d = 2$ beträgt, $f_1 = S + d$ und $S = f - d = 19{,}66$.

Wir haben also H 19,6.

Wenn die Untersuchungslinse eine kurze Brennweite, wie oben von 5 cm. hat, so sind die Differenzen der Bildweite für verschiedene Refractionsfehler nur unerheblich, und können daher auch leicht Messungsfehler von f_2 vorkommen. Diese werden geringer, wenn man Linsen von grösserer Brennweite z. B. von 10 cm. wählt. Jedenfalls eignet sich die Untersuchung im umgekehrten Bilde zu einer aproximativen Bestimmung der Refraction ganz wohl, und kann bei zweckmässiger Einrichtung des Schirmes, ferner, wenn das Bild im mit einer Scala versehenen Röhrenspiegel aufgefangen wird, gewiss dieselbe Genauigkeit, wenn nicht eine grössere, als bei der heute vielleicht nicht ganz mit Recht so beliebten Refractionsbestimmung im aufrechten Bilde erreicht werden. — Für höhere Formen von M kann man die Linse ganz weglassen. Besser ist es, ihre Distanz sehr klein zu wählen, und zwar bei M umsomehr, je kürzer die Brennweite der Linse, und je höhergradriger M; bei H kann dagegen die Distanz grösser sein.

Die Vergrösserung kann hier auch durch positive Oculare gesteigert werden. Ist die Brennweite der Objectlinse 2 und jene der Ocularlinse 1, so vergrössert Letztere 2mal. Es wäre also wünschenswerth, schwache Objective und starke Oculare zu wählen. Beträgt die Ocularvergrösserung für unsere obigen Fälle 2, so wäre hiedurch für E eine 6,6, für M eine 5,46 und für H eine 8,4malige Vergrösserung zu erreichen.

